

हिन्दुस्तानी मापविद्या

वा

हिन्दी मेन्सुरेशन

वायू रामनाथ चट्टोपाध्याय, एम् ७ ए०
की बनाई हुई

THIRD EDITION

इण्डियन प्रेस, प्रयाग, मे उपकार प्रकाशित
१९०६ ई०

मृ भौपकार राष्ट्रिय ।

(कामन ॥)

हिन्दुस्तानी सापविद्या

परिभाषा

१—गणित विद्या—उस विद्या को कहते हैं जिसमें परिमाणों का अर्थात् उन घस्तुओं का जिनका माप हो सकता है पर्याप्त हो।

२—मापन—गणित स्कंध का यह भाग है जिसमें उन नियमों को खोज की जाती है जिनके द्वारा घस्तुओं को लंबाई, क्षेत्रफल, विस्तार और दूसरे परिस्तरों को साधारण जाने हुए विशालता के माप से निकाल सकते हैं या अनुमान कर सकते हैं।

मापविद्या—व्यावहारिक रेखा गणित की एक शाखा है जिनमें रेखाओं की लंबाई या सतहों के क्षेत्रफल या गोंधों के विस्तार दिये हुए रेखाओं पौर कोनों के द्वारा मालूम कर सकते हैं इसलिये हम उसको व्यतिरेक माप कहते हैं। जैसे यदि म्योरस-म्टूल कालिज दो विजयानगरम पुर्ज की उंचाई दर्याफ़ूल करना हो तो हम उसके सिरे पर जाकर किसी रस्सी में पत्थर बांध कर उसकी ऊँचाई तक लटकायें तो रस्सी की लंबाई नापने से पुर्ज की उंचाई मालूम हो सकती है परंतु इसको मापन नहीं कहते यद्यपि यह माप है लेदिन प्रगत हम पुर्ज की परद्धाहों को लंबाई माप लें कि नौ बड़े सबेरे नाप लेंये और उसी समय प्रपनो छढ़ों की परद्धाहों को लंबाई भी माप लेवें और रेखागणित का यह प्रामीप धारण करके कि पुर्ज हो उंचाई हमारी छढ़ों की लंबाई के साथ यद्दो निस्यत या संर्वध रखती है जो पुर्ज की परद्धाहों

हमारी कड़ी की परछाईों के साथ रखती है बुर्ज की उच्चार्दर्याकू करते तो इसको मापन कहते हैं। सेवाय इसके बहुत सदशाखों में सीधो रीति से माप असंभव होती है तो उन दशाओं में मापविद्या के ज़रिये से माप अवश्य होती है। वर्षांत यह कि पथरेट पहाड़ की उच्चार्दर्याकू किस तरह दर्याकू हो सकती। और बड़े मुल्क दिन्दुस्तान का क्षेत्रफल किस तरह मालूम हो सकता है इस प्रकार की माप दिये हुए साधारण विशालता माप करके करनी चाहिए जैसे आधार रेखा की लंबाई और कुछ कोनों का परिमाण।

पूरी किताब मापविद्या के सीखने के लिये विद्यार्थी को यिकोए मापविद्या इत्यादि का जानना अवश्य है लेकिन यह प्राथमिक पुस्तक छाटे वर्ग के यालकों के यास्ते यनाई गई है इसलिये ऐतागणित के चार दिसंसं और थोड़ा सा योज गणित विद्यार्थी को जानना ज़रूरी है।

३—लम्बाई और क्षेत्रफल के पैमाने—(एकाईपरिमाण)

इसी अविष्करित परिमाण (जैसे रेखा या क्षेत्रफल या कोन इत्यादि) का संग्रहाय उस संघर्ष को कहते हैं जो यह परिमाण अपने प्रवार के परिमाण के साथ जिसको पैमाना कहते हैं रखता है जैसे लंबाई नापने में हम गज़ या हाथ या फुट या मिटर को पैमाना मानते हैं। लंबाई का चंगारेज़ी पैमाना राजसंघंधो गज़ होता है जिसकी व्याख्या इस तरह को जाती है कि यह उन देशों के घोघ के विनुमों के दर्मियान फा चंतर है जो उन नामों के शाटों पर रुदे हैं जिनमें एक पोतल का छड़ लड़ा हुआ है और यह राजा के घज़ाने के कमरे में रखया है और राजसंघंधो परिमाणिक गज़ के नाम से प्रसिद्ध है और छड़ी की गमी वा पश्चात गोट करने के बहुत पारंशुभृत घनुमान से १२' रहता है।

थोड़े दिन हुए कि दिन्दुस्तान को चंगरेज़ी घमलदारों में लंबाई खेत्रफल के माप का पैमाना प्रचलित नहीं था—धूलिया साइर बते हैं कि कहाँ कहाँ दफ्फरों में माप का पैमाना कहाथत चाषीन है और जब घयसर अभ्यास का आन पड़ता है कचहरी के नाजिर को दुक्कन होता है कि हाथ या लगी की दौर सही यतावैं और यह बहुत आसानी से अपना हाथ कैला केटुनी से छोटो चंगुली के सिरे तक नाप करके जल्दी बता हैं और कदाचित यह नाटे हुए तो दो या चार चंगुलियों की डाई उसमें जाहू देते हैं थो यिहार में प्रायः ज़मीदार और लकार में इसका भगाडा होता था कि किस मनुष्य के हाथ पैमाना का हाथ मान लेना चाहिए इसलिए यह निपट उचित कि कुल माप पकड़ से को जावै इसके निमित्त कुछ कारण्याई रंभ हो चली है। पकट दो सन् १८८९ ई० (पकट लंबाई की प.) के अनुसार यह दुक्कन हुआ कि राजसवधी पैमाना गज़ चंगरेज़ी राज्य में प्रचलित है यही दिन्दुस्तान को चंगरेज़ी ज्य में लंबाई का प्रचलित पैमाना समझा जायगा, तीसरा भाग गज़ का फुट कहलायेगा, छत्तीसवां भाग इस गज़ का इच्छा हलायेगा ।

खेत्रफल का पैमाना—लंबाई के पैमाना से बनता है यहाँ कि हम इसको साधारण व्याक्त्या इस तरह से करते हैं कि याई के पैमाने पर घगर घर्ग बनावैं तो यह खेत्रफल का पैमाना तो है। उदाहरण यह है कि घगर लंबाई का पैमाना फुट ग्रहण जावै तो यह घर्ग जिसकी एक भुजा १ फुट है खेत्रफल १ पैमाना होगा। कोन का पैमाना इस पुस्तक में जो इस्तेमाल है यह चंगरेज़ी घक्सांश (दर्जा) है जो १० घां भाग एक का है ।

अविविक्त परिमाणों को चिन्ह से जाहिर करना—
गया है उससे ज़ाहिर है कि पूर्ण तरह से हिस्ती

अधिविक्त प्रमाण को जादिर करने के लिये गुणन के दे
हते हैं इसमें एक यंड पैमाना है जो विचार किए हुए पद
के प्रकार है और दूसरा यंड यह संबंध्या है जो यह ज़ादिर
है कि उस प्रमान में यह पैमाना के पार शामिल है इसलिये
एक फुट की लंबाई का पैमाना मान लें तो रेखा की त
जिसमें अ मरतया घट पैमाना शामिल है यह अ मरतया ।
अर्थात् अ फूट होगा । इस रेखा को केवल चिन्ह अ से ज़
करते हैं वे गुणन यंड १ फुट छुप रहता है इसी तरह से
खेत का क्षेत्रफल जिसमें क्षेत्रफल के अ पैमाने शामिल हैं
अ० १ वर्ग फूट अर्थात् अ वर्ग फूट है वो क्षेत्रफल को अ
से ज़ादिर करते हैं ।

५—आयत का क्षेत्रफल—फलपन करो कि अ० ८ स ८
आयत है जिसकी एक भुज अ य में अ० पैमाने वो दूर
भुज अ स में अ० पैमाने के अंतर गत हैं शकल १
अ य को अ वरायर भागों में बांटा तो अ
प्रत्येक भाग लंबाई के पैमाना के वरायर
होगा और अ स को अ वरायर भागों में
करने से प्रत्येक भाग लंबाई के पैमाने के
वरायर होगा । इन भाग विन्तु पौंपों से आयत
के भुजों के समानान्तर सरल रेखा खोचो अ
तो इन रेखाओं से आयत कई वर्ग क्षेत्रों में विभाग हो जाता ।
जिसमें हर एक क्षेत्रफल के पैमाना के वरायर होता है (देखो
युक्ति ३) चूंकि अ पांतो इन वर्ग क्षेत्रों के हैं और हर पांती
में अ वर्गक्षेत्र हैं तो आयत अ य स ८ में कुल समूह इन वर्गक्षेत्रों
का याने क्षेत्रफल के पैमानों को अ वार अ अर्थात् अ० पै

निर्णय—शकल १ में अब चार घटाघट हिस्सों में खीर व सच घटाघट हिस्सों में तक़सीम किए गए हैं इसलिये हमेशफल घटाघट है जैसे घफल के २० ऐमानी के या के घफल २० के ।

जब हम यह कहते हैं कि आयत का हमेशफल उसके दो ग्राम भुजों का गुणनफल होता है तो उसका अर्थ ऊपर लिये पर विचार के पनुसार समझना आदिप्र खीर ये भुजाएं प्रत्येक तत्त्वाघों में जादिर की जाती हैं जिनसे यह मालूम होता है कि इंधारे के उतने ऐमाने प्रत्येक भुज में संतरण है खीर यह बाद रखना आदिप्र कि गुणनफल की संरक्षा में लंबाई का ऐमाना नहीं है किन्तु ऐमाना यह या ऐमाना हमेशफल है ।

विचारी को यह कभी नहीं समझना आदिप्र है संकलित से विसी अविवित संरक्षा को दूसरे अविवित संरक्षा से गुणा करना अनग्रह है—विषयापृष्ठ संरक्षाघों को आपरद में गुणा कर सकते हैं जैसे ५ का योगुना २० होता है या विसी अविवित संरक्षा को द्वितीय विषयापृष्ठ संरक्षा से गुणा कर सकते हैं जैसे ४ पौट का योगुना २० पौट होता है औंकित हम विसी अविवित संरक्षा या विषयापृष्ठ संरक्षा को द्वितीय अविवित संरक्षा से गुणा कर सकते जैसे ५ का ४ पौट गुणा या ५ पौट का ४ पौट गुणा हम कहते हैं औंकित एक विवित संरक्षा को द्वारा भाग के निमित्त प्रकट होता है एक अविवित संरक्षा को दूसरे अविवित संरक्षा से जो दसों प्रकार की हो भाग हम सकते हैं जैसे २० पौट में ४ पौट ५ दार दारियल हैं संकित एक विषयापृष्ठ संरक्षा को द्वितीय अविवित संरक्षा से भाग नहीं कर सकते ।

जब हम यह कहते हैं कि द्वितीय आदत का हमेशफल इसके दो वास्तव भुजों का गुणनफल होता है तो हमारा ध्वनिहर हर गठो है कि वह गुणा संकलित का है अतिक एक गुणा के संक्षिप्त को खोला होता है अर्थात् एक अविवित इकाई के दूसरे

प्रदान किया गया है। यह प्रमाणा है कि वे अपने प्रवाह में एक दूसरा गंड पह मांदा ही है कि इस प्रमाण में यह ऐमाना कि बाट आपके गुट को मंदाई द्वा ऐमाना मान सकते हैं जिसमें उप ग्रामपाल यह ऐमाना शामिल है अर्थात् उप कोट देंगो। इस रेप्रो को कम करते हैं ये गुरुत्व गंड रुट गुरु रहना चाहता है औ प्रकल्प जिसमें शंखपाल को उप रुट रुट एवं यांग कोट अर्थात् उप कोट ही ये असंजाहिर करते हैं।

५.—आयत का क्षेत्रफल—कल्पना
आयत है जिसकी एक भुज अ व द में अ
भुज अ सु में य x पैमाने के चंतर गत हैं
अ य को अ घराबर भागों में बांटा तो अ
प्रत्येक भाग लंबाई के पैमाना वो घराबर
होगा पौर व स को अ घराबर भागों में
करने से प्रत्येक भाग लंबाई के पैमाने के
घराबर होगा। इन भाग दिन्दुपों से आयत
के भुजों के समानान्तर सरल रेखा खीचो
तो इन रेखाओं से आयत कई धर्म क्षेत्रों में
जिसमें हर एक क्षेत्रफल के पैमाना के घरा
युक्ती ३) कूँकि अ पातो इन धर्म क्षेत्रों
में अ धर्मक्षेत्र हैं तो आयत अ य स इ में कुल
का याने क्षेत्रफल के पैमानों को अ घरा

निर्णय—शकल १ में अथ चारघराएट दिसेती में पैर यम
च घराएट दिसेती में तक़सीम किए गए हैं इसलिये क्षेत्रफल
घराएट ही क्षेत्रफल के २० ऐमानी के या क्षेत्रफल २० के ।

अब इस यह कहते हैं कि आयत का क्षेत्रफल उसके दो
उसपर भुजों का गुणनफल होता है तो उसका अर्थ उपर लिखे
एवं विचार के प्रनुसार उमझना आदिए पैर ये भुजाएं प्रत्येक
प्रत्याख्यों से ज़ादिए को जाती हैं जिनमें यह मान्दूम होता है कि
विवाह के उतने ऐमाने प्रत्येक भुज में बंतरगत है पैर यह याद
करा आदिए कि गुणनफल को संख्या में लंबाई का ऐमाना नहीं
किन्तु ऐमाना यां या ऐमाना क्षेत्रफल है ।

विद्यार्थी को यह कही जाती रहमझना आदिए कि संख्याएँ
के विभी चर्दिविक्त संख्या को दूसरे चर्दिविक्त संख्या से गुणा
करना संभव है—विषयापहुँच संख्याओं के आपस में गुणा कर
करते हैं जैसे ५ का द्विगुणा २० होता है या किसी चर्दिविक्त
संख्या के विस्तीर्ण प्रत्यापहुँच संख्या से गुणा कर सकते हैं जैसे
४ पौट का पौचगुणा २० पौट होता है इसीलिये इस विस्तीर्ण
विक्त संख्या का विषयापहुँच संख्या के विस्तीर्णविक्त संख्या
से गुणा कर करते जैसे ५ का ४ पौट गुणाध्या ५ पौट का
४ पौट गुणा इस जटी कर करते पैर भाग के निमित्त इगह हो
कि एक चर्दिविक्त संख्या को दूसरी चर्दिविक्त संख्या से जो इसी
प्रकार को हो भाग कर करते हैं जैसे २० पौट में ४ पौट ५ कार
कारित है ऐसीसे एक विषयापहुँच संख्या के विस्तीर्णविक्त
संख्या से भाग कर करते ।

अब इस यह कहते हैं । १. विस्तीर्णविक्त का क्षेत्रफल इसके
दो कारतम भुजों का गुणनफल होता है तो इसका क्षेत्रफल यह
नहीं है । २. यह गुणा करता है विक्त यह गुणा के क्षेत्र-
फल को छोड़ देता है एवं यह चर्दिविक्त इगह को दूसरे

अधिविक प्रमाण से गुणा करना उस दशा में कहते हैं जब ।
परिमाणों की माप संख्या को अंकगणित के अनुसार गुणा
से किसी पैर अधिविक संख्या की माप संख्या लाभ है।
इस अंत के अधिविक संख्या को निर्णय पहिले प्रमाणों की
से किया जाता है जैसे धन फुट का निर्णय धर्ग फुट पैर
रूप फुट के अपेक्षा से किया जाता है ।

रेखांक प्रमाप

१२ इक्का	=	१ फुट
३ फ़ीट	=	१ गज़
५२ गज़	=	१ रोड या पो
४० पोल या २२० गज़	=	१ फरलांग
८ फरलांग या १७६० गज़ या ५२८० फ़ीट	=	१ मोल
१ हाथ	=	१८ इक्का या १२
१ परग	=	६ फ़ीट
१ केबुल की लंबाई	=	१२० परग
१ लोग (१२ कोस)	=	३ मोल
१ गिरह (नीका संबंधी) या	=	६०८० फ़ीट
१ मोल (भूगोल का)	=	
१ अंश (विषुव रेखान्तर)	=	६० गिरह या
१ कड़ी	=	१९८० मील
१ जटी	=	७९२ इक्का
	=	१०० कड़ी
	=	७९२ इक्का
	=	६६ फ़ीट
	=	२२ गज़

वर्ग या धरातल माप

१४४ वर्ग इक्का	=	१ वर्ग फुट
१ वर्ग फ्लोट	=	१ वर्ग गज़
६०२ वर्ग गज़	=	१ वर्ग रोड या वर्ग पेल
६० पेल	=	१ रोड
८ रोड	=	१ पकड़
६४० पकड़	=	१ वर्ग मोल
चाँदे १ पकड़	=	१० वर्ग जरीय
	=	४८४० वर्ग गज़
	=	एक लाख वर्ग बड़ी

चयित्विक प्रमाण से गुण करना उस दशा में कहते हैं जब परिमाणों की माप संख्या को अंकगणित के अनुसार गुण से किसी भी अधिकता के संख्या की माप संख्या लाम हो—इस अंत के अधिकता संख्या की निर्णय पद्धिले प्रमाणों की परिमाण से किया जाता है जैसे घन फुट का निर्णय वर्ग फुट वीर रूप फुट के अपेक्षा से किया जाता है ।

रेखारूप माप

१२ इक्का	=	
३ फ़ीट	=	१ फुट
५५ गज़	=	१ गज़
४० पेल या २२० गज़	=	१ रोड या १०८
८ फरलांग या १७६० गज़ } या ५२८० फ़ीट } =	=	१ फरलांग
१ छाथ	=	१ मोल
१ परग	=	१८ इक्का या १२
१ केहुल की लंबाई	=	६ फ़ीट
१ लींग (१२ कोस)	=	१२० परग
१ गिरह (नौका संवंधी) } या	=	३ मोल
१ मोल (भूमोल का) } =	=	६०८० फ़ीट
१ चंदा (विषुव रेखान्तर) } =	=	६० गिरह या
१ कड़ी	=	६९८० मोल
१ जरोन	=	७९२ इक्का
	=	१०० कड़ी
	=	७९२ इक्का
	=	६६ फ़ीट
	=	२२ गज़

वर्ग या धरातल माप

१४४ वर्ग इक्की	=	१ वर्ग फुट
१ वर्ग फ्रैट	=	१ वर्ग गज़
१०२ वर्ग गज़	=	१ वर्गरोड या वर्ग पोल
४० पोल	=	१ रोड
५ रोड	=	१ एकड़
८० एकड़	=	१ वर्ग भोल
गर १ एकड़	=	१० वर्ग जरीब
	=	४८४० वर्ग गज़
	=	एक लाख वर्ग कड़ी

चर्चियिक प्रमाण से गुणा करना उस दशा में कहते हैं जब वि-
परिमाणों की माप संख्या को चंकगणित के अनुसार गुणा
से किसी प्रौद्योगिक संख्या की माप संख्या लाम हो—
इस चंत के चर्चियिक संख्या की निर्णय पदिले प्रमाणों को
से किया जाता है जैसे घन घुट का निर्णय घर्गं घुट प्रौद्योगिक
घप घुट के घणेश्वर से किया जाता है ।

रेखारूप माप

१२ इच्छ

३ फ़ीट

=

१ घुट

५६ गज्

=

१ गज्

४० पोल या २२० गज्

=

१ रोड या पोल

८ फ़ारलांग या १७६० गज् }
या ५२८० फ़ीट } =

१ फ़ारलांग

१ मील

३ छाथ

=

१८ इच्छ या १२

१ परग

=

६ फ़ीट

१ केवुल को लंयाई

=

१२० परग

१ लीग (१२ कोस)

=

३ मील

१ गिरह (नौका संबंधी) }
या } =

६०८० फ़ीट

१ मील (भूगोल का) } =

६० गिरह या
६९८० मील

७९२ इच्छ

१०० कड़ी

७९२ इच्छ

४६ फ़ीट

२२ गज्

वर्ग या धरातल माप

१४४ वर्ग इक्के	=	१ वर्ग फुट
१ वर्ग फ्लोट	=	१ वर्ग गज़
१०२ वर्ग गज़	=	१ वर्ग रोड या वर्ग पेल
८० पेल	=	१ रोड
८ रोड	=	१ एकड़
६४० एकड़	=	१ वर्ग मील
चार १ एकड़	=	१० वर्ग जरीय
	=	४८४० वर्ग गज़
	=	एक लाख वर्ग फुट

— — —

पहिला भाग

-१८०-

[इस विभाग में मापणियाँ के उन्होंने नियमों का घटाव है और वे या गणित के पहिले दो शब्दों से साझे जा सकते हैं]

पहिला प्रकरण

आयत

६—आयत के यदि भुज दिए हों तो उसके चेत्रफल निकालने की रीति

यदि युक्ति ५ में सिर्ज की गई है कि आयत य य त इ के दो पासबन्ध भुजों की लंबाई का माप करम से यदि य चौराय य दो अंकों पर फल का माप य चौराय के गुणनफल के घटायर दोनाता है।

इसलिये शेत्रफल य य त = य य शेत्रफल के ऐमाने = य य ।

नियम ७—आयत का शेत्रफल = उसके भुजों की लंबाई के गुणनफल ।

उदाहरण १—मान लें कि य = ४९ फ़ोट ६ इक्क चौराय य = २५ फ़ोट तो आयत का शेत्रफल = $49\frac{1}{4} \times 25 = 1237\frac{1}{4}$ घर्ग फ़ोट ।

उदाहरण २—एक आयताकार कमरे की लंबाई २५ फ़ोट व इक्क चौराय चौड़ाई १३ फ़ोट ६ इक्क है तो उसके गच्छ में यांग फ़ोट का संदर्भ क्या होगा ॥

$$25\frac{1}{4} \times 13\frac{1}{4} = 340\frac{7}{16}$$
 घर्ग फ़ोट ॥

उदाहरण ३—एक खेत की लंबाई ५० जरीय ६२ कड़ी पर चाढ़ाई २३ जरीय १४ कट्टी है तो यताचो कि उसका प्राप्ति पूरी एकड़ २५ रु० के द्विसाध से वितना देगा ।

$$५० \cdot ६२ \times २३ \cdot १४ = ११७१ \cdot ३४६८ \text{ जरीय}$$

$$= ११७ \cdot ३४६८ \text{ एकड़}$$

$$\text{लगान} = २५ \cdot ८० \times ११७ \cdot ३४६८ = २९२८ \cdot ३६७$$

$$= \underline{\underline{२९२८ \cdot ८० \cdot ५}} \text{ पूरी } १० \cdot ८६४ \text{ पाई}$$

नियम २—प्रायत के द्वेषपाल दो उसकी लंबाई में भाग देने पर लत्पि चाढ़ाई होती है और द्वेषपाल में चाढ़ाई से भाग देने पर लत्पि लंबाई होती है—

उदाहरण १—एक प्रायताकार द्वे वर्षाक्षे द्वेषपाल २० एकड़ ५ वर्ग जरीय चौर ४२२ वर्ग कट्टी चौर एक भुज ८५५ कड़ी है तो दूसरी भुज निकालो ।

$$२० \cdot \text{एकड़ } ५ \cdot \text{ जरीय } ४२२ \cdot \text{ कड़ी} = २० \cdot ५४२५ \text{ एकड़} = \\ २०५४२५ \cdot १० \text{ वर्ग एकड़ी} ।$$

$$\text{फिर } \frac{२०५४२५}{८५५} = २४१ \cdot ० \text{ कड़ी} = \underline{\underline{२४ \cdot \text{जरीय } १ \cdot ० \text{ कड़ी}}}$$

३—घर्गेत्र का द्वेषपाल - वर्गसेख घट प्रायत है जिसकी भुजाएं प्राप्ति में वरापर होती है इसलिये इसके द्वारा दसवें घट भुज की लंबाई ही होती है द्वेषपाल दोष विवर सबका है और कि एक दसवें एक भुज की लंबाई यह है तो सेषप्रति = घट × घट - घट ।

नियम ३—दर्ग वा एक द्वे द्वेषपाल = दर्गभुज एक वे दर्ग वे

उदाहरण १—दर्ग वा एक १५ पौट दर्ग हो इसका सेख प्रति दिल्ली दर्ग भज होता ।

$$\text{द्वेषपाल} = १५ \cdot १५ \text{ वर्ग पौट} = २२५ \text{ दर्ग पौट} = \underline{\underline{२५ \cdot \text{दर्ग}}} ।$$

६—भायत के यदि भुज दिए हों तो उसके क्षेत्रफल निकालने की रीति

यद्युग्जि ५ में सियर की गई है कि भायत च य राइ के दो
चासप्रभुजों की लंबाई का भाय प्राप्त से यदि च चैर य हो तो
क्षेत्रफल का माप च चैर य के गुणनफल के घटापर होता है।

इसलिये क्षेत्रफल चय राइ = च य क्षेत्रफल के ऐमाते = च य ।

**नियम १—भायत का क्षेत्रफल = उसके भुजों की लंबाई
के गुणनफल ।**

**उदाहरण १—मान लो कि च = ४९ फ़ोट ६ इक्के चैर
य = २५ फ़ोट तो भायत का क्षेत्रफल = $49 \times 25 = 1225$ वर्ग फ़ोट ।**

**उदाहरण २—एक भायताकार कमरे की लंबाई २५ फ़ोट
३ इक्के चैर चैड़ाई १३ फ़ोट ६ इक्के हैं तो उसके गच में वर्ग
फ़ोट की संख्या क्या होगी ॥**

$$\therefore 25 \times 13 = \underline{\underline{325}} \text{ वर्ग फ़ोट ॥}$$

उदाहरण ३—एक खेत की लंबाई ५० जरीय ६२ कड़ी और चौड़ाई २३ जरीय १४ कड़ी है तो यताघो कि उसका प्राण फ़ी एकड़ २५ रु० के हिसाब से कितना होगा ।

$$५०. ६२ \times २३. १४ = ११७. ३४६८ \text{ जरीय}$$

$$= ११७. ३३४६८ \text{ एकड़}$$

$$\text{लगान} = २५ \text{ रु०} \times ११७. ३३४६८ = २९२८. ३६७$$

$$= \underline{\underline{२९२८ \text{ रु०} ५ \text{ पा०} १०. ४६४ \text{ पाई}}}$$

नियम २—आयत के क्षेत्रफल के उसकी लंबाई से भाग ने पर लघिथ चौड़ाई होती है और क्षेत्रफल में चौड़ाई से भाग ने पर लघिथ लंबाई होती है—

उदाहरण १—एक आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल २० एकड़ ; वर्ग जरीय चौर ४२२ वर्ग कड़ी और एक भुज ८२५ कड़ी है तो दूसरी भुज निकालो ।

$$२० \text{ एकड़ } ५ \text{ जरीय } ४२२ \text{ कड़ी} = २०.५४२५ \text{ एकड़} = १०५४२५० \text{ वर्ग कड़ी} ।$$

$$\text{फिर } \frac{२०.५४२५०}{८२५} = २४० \text{ कड़ी} = \underline{\underline{२४ \text{ जरीय } १० \text{ कड़ी}}}$$

७—वर्गक्षेत्र का क्षेत्रफल—वर्गक्षेत्र यह आयत है जिसकी भुजाएँ आपस में वराधर होती हैं इसलिये अगर उसको एक भुज को लंबाई दी दीर्घ हो तो क्षेत्रफल दीर्घ निकल सकता है जैसे कि यदि उसके एक भुज को लंबाई दी है तो क्षेत्रफल = च × च = च^२ ।

नियम ३—वर्ग का क्षेत्रफल = एक भुज पर के वर्ग के

उदाहरण १—एक एमरा १५ पौट वर्ग है तो उसका क्षेत्रफल कितने वर्ग रुज़ होगा ।

$$\text{क्षेत्रफल} = १५ \times १५ \text{ वर्ग पौट} = २२५ \text{ वर्ग पौट} = \underline{\underline{२२५ \text{ रुज़}}}$$

पहिला अभ्यास

१—उस आयत का क्षेत्रफल बतायो जो ६५ गज़ ८
२५ गज़ चौड़ा है।

२—एक मेज़ आयताकार है जिसकी लंबाई १२ फ़ीट
चौर चौड़ाई ५ फ़ीट ३ इक्के है तो बतायो कि उसका
वर्गफ़ीट चौर इक्के है।

३—एक वर्ग का एक भुज ३६ इक्के है उसका क्षे
फ़ीट में बतायो।

४—मिसू के बड़े सूच्याप्रसंस्तम्भ का आधार (नीव)
कार है जिसका एक भुज ७६४ फ़ीट है तो बतायो कि
एकड़, रोड चौर पोल उससे घिरे हुए हैं।

५—एक वर्ग का भुज १० जरीय ८८ कड़ो है तो उसका
फुल निकालो।

आयत की लंबाई ३४ जरीय ५६ कड़ो चौर चौ
६४ कड़ो है तो क्षेत्रफल क्या होगा।

आयताकार मैदान को चौड़ाई ३२ जरीय ४९
४१ जरीय २८ कड़ो है तो उसका क्षेत्रफ़

८—एक याग् एक वर्ग के समान १० एकड़ में है तो उसको ५५ लंबाई।

९—एक आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल १९ एकड़ है पैराट की लम्बाई १४९६ गज़ है तो उसको चौड़ाई क्या है।

१०—तीन वर्गों के भुज प्राम से ११२, ३८४ पैराट ९६० गज़ हैं तीनों वर्गों के घरायर जो वर्ग हो उसका भुज निकालो।

११—एक कोठरी १७ फ़ीट वर्ग है तो उसके क़र्दास में कितने इक्के हैं।

१२—५ फ़ीट वर्ग पैराट ५ वर्ग फ़ीट में क्या अंतर है।

१३—उस क़र्दास की क्या लंबाई है जिसको चौड़ाई २४ फ़ीट र क्षेत्रफल उस क़र्दास के घरायर है जिसका क्षेत्रफल ३६ इक्के वर्ग है।

१४—एक मंज़ १२२ इक्के चौड़ा ११ वर्ग फ़ीट अंतरगत करती उसको लंबाई क्या है।

१५—एक वर्गाकार मंज़ का क्षेत्रफल क्या है जिसकी भुज फ़ीट ६ इक्के है।

१६—एक शतरंज की विसात एक फुट वर्ग है तो उसके खेत का क्या क्षेत्रफल होगा।

१७—एक वर्ग का भुज १६ गज़ है पैराट एक आयत ३५ फ़ीट लंबा पैराट ३३ फ़ीट चौड़ा है तो उनके क्षेत्रफलों में अंतर यताघो।

१८—एक तथ्यता ५२ इक्के चौड़ा है उसको कितनी लंबाई हो जाय कि क्षेत्रफल १ वर्ग फुट हो।

१९—एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल (रक़वा) ७ एकड़ १ रोड १० पोल है यदि एक भुज दूसरे भुज का दूना हो तो उसके भुजों का यताघो।

२०—कागज़ का एकतरता ४० इक्के लंबा पैराट २७२ इक्के चौड़ा है तो यताघो कि उसका एक रीम (२० दस्ता) कितने वर्ग गज़ ढक लेगा।

८—एक बाग् एक घर्ग के समान १० एकड़ में है तो उसकी रिंनिकाली है।

९—एक आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल १५ एकड़ है पौर की लम्बाई १४९६ गज़ है तो उसकी चौड़ाई क्या है।

१०—तीन घर्गों के भुज वाम से ११२, ३८४ पौर १६० गज़ हैं तीनों घर्गों के घरायर ज्ञा घर्ग हो उसका भुज निकालो।

११—एक कोठरी १७ फ़ोट घर्ग है तो उसके फ़र्श में कितने इक्के हैं।

१२—५ फ़ोट घर्ग पौर ५ घर्ग फ़ोट में क्या अंतर है।

१३—उस फ़र्श को क्या लंबाई है जिसकी चौड़ाई २४ फ़ोट र क्षेत्रफल उस फ़र्श के घरायर है जिसका क्षेत्रफल ३६ ट घर्ग है।

१४—एक मेज़ १२२ इक्के चौड़ी ६२ घर्ग फ़ोट अंतरगत करती उसको लंबाई क्या है।

१५—एक घर्गाकार मेज़ का क्षेत्रफल क्या है जिसकी भुज फ़ोट ६ इक्के है।

१६—एक शतरंज को यिसात एवं फुट घर्ग है तो उसके यिक द्वाने का क्या क्षेत्रफल होगा।

१७—एक घर्ग का भुज १६ गज़ है पौर एक आयत ३५ फ़ोट क्या पौर ३३ फ़ोट चौड़ा है तो उनके क्षेत्रफलों में अंतर बताओ।

१८—एक तख्ता ५३ इक्के चौड़ा है उसकी कितनी लंबाई ही जाय कि क्षेत्रफल १ घर्ग फ़ुट हो।

१९—एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल (रबड़ा) ७ एकड़ १ रोट १० पोल है यदि एक भुज दूसरे भुज का दूना हो तो उसकी भुजों का बताओ।

२०—कागज़ बता एक तख्ता ४० इक्के लंबा ८० पौर २७२ इक्के चौड़ा है तो बताओ कि उसका एक रीम (२० दस्ता) कितने इक्के दस्ता होगा।

उदाहरण २— एक खेत की लंबाई चौड़ाई से दोगुनी है। लगान की एकड़ २ रु० ८ पाना के दिसाव से २५ रु० ८ प है तो खेत का विस्तार बतायो।

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{२४८}{२५} \text{एकड़} = \frac{४९}{५} \text{एकड़} = ९\cdot८ \text{एकड़}^1$$

कल्पना करो कि चौड़ाई अ गज़ है तो लंबाई = २ अ
चौर अ \times २ अ यांग गज़ = ९·८ एकड़ = ९·८ \times ४८४० यांगगज़
 $\therefore २ \text{ अ}^2 = ९\cdot८ \times ४८४० \text{ या } \text{अ}^2 = ४९ \times ४८४ \text{ अयथा } ७ \times २२$

$\therefore \text{चौड़ाई } १५४ \text{ गज़ है चौर लंबाई } ३०८ \text{ गज़}$

पहिला अभ्यास

१—उस आयत का क्षेत्रफल बतायो जो ६५ गज़ लंबा २५ गज़ चौड़ा है।

२—एक मेज़ आयताकार है जिसकी लंबाई १२ फ़ीट ५ पैर चौड़ाई ५ फ़ीट ३ इक्के है तो बतायो कि उसका क्षेत्रफल यांगफ़ीट चौर इक्के है।

३—एक यांग का एक भुज ३६ इक्के है उसका क्षेत्रफल फ़ीट में बतायो।

४—मिसू के यहे सूच्याप्रसंस्तम्भ का आधार (नीव) एकाकार है जिसका एक भुज ७६४ फ़ीट है तो बतायो कि कितने एकड़, रोट चौर पोल उससे घिरे हुए हैं।

५—एक यांग का भुज १० जरीय ४८ कड़ो है तो उसका क्षेत्रफल निकालो।

६—एक आयत को लंबाई ३४ जरीय ५६ कड़ो चौर चौड़ाई २२ जरीय ६४ कड़ो है तो क्षेत्रफल क्या होगा।

७—एक आयताकार मीदान को चौड़ाई ३२ जरीय ४५ कड़ो चौर लंबाई ४१ जरीय २८ कड़ो है तो उसका क्षेत्रफल एक रोट घटड़ के दशमलव अंकों द्वायो।

८—एक याग् एक यर्ग के समान १० एकड़ में है तो उसकी ही निकालो ।

९—एक आयताकार धेय का क्षेत्रफल १९ एकड़ है पैर वाली लम्बाई १४५६ गज़ है तो उसकी चौड़ाई क्या है ।

१०—तीन यर्गों के भुज प्रमाण से ११२. ३८४ पैर १६० गज़ हैं तीनों यर्गों के परायर जो यर्ग हो उसका भुज निकालो ।

११—एक कोठरी १७ फ़ीट वर्ग है तो उसके फ़ूर्श में कितने इच्छ हैं ।

१२—५ फ़ीट वर्ग पैर ५ वर्ग फ़ीट में क्या अंतर है ।

१३—उस फ़ूर्श को क्या लंबाई है जिसकी चौड़ाई २४ फ़ीट एवं क्षेत्रफल उस फ़ूर्श के परायर है जिसका क्षेत्रफल ३६८ वर्ग है ।

१४—एक मेज़ १२२६ इच्छ चौड़ी १३ वर्ग फ़ीट अंतरगत करती उसको लंबाई क्या है ।

१५—एक यर्गाकार मेज़ का क्षेत्रफल क्या है जिसकी भुज फ़ॉट ६ इच्छ है ।

१६—एक शतरंज की विसात एक फुट वर्ग है तो उसके एक खाने का क्षेत्रफल होगा ।

१७—एक वर्ग का भुज १६ गज़ है पैर एक आयत ३५ फ़ीट का पैर ३३ फ़ीट चौड़ा है तो उनके क्षेत्रफलों में अंतर बताओ ।

१८—एक तापूता ५८ इच्छ चौड़ा है उसकी विसाती लंबाई की जाय कि क्षेत्रफल १ वर्ग फ़ूट हो ।

१९—एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल (रखदा) ७ एकड़ और १० पोल है यदि एक भुज दूसरे भुज का दूना हो तो उस भुजों का बताओ ।

२०—कागज़ का एक तापूता ४० इच्छ लंबा पैर २७२ इच्छ चौड़ा हो तो बताओ कि उसका एक रीम (२० दस्ता) वितने वाले एक क्षेत्र होगा ।

२१—एक घास का मैदान २१६ फ़ीट लंबा और १९६ फ़ीट चौड़ा है और उसमें फूलों को १० वर्ग क्यारियां हैं जिप्रत्येक भुज ९ फ़ोट है तो बताओ कितने वर्गगज़ घास है।

२२—एक आयताकार घर्ती में से जो ३८५ गज़ चौड़ा कितनी लंबाई काटली जाय कि काटे हुए हिस्से का क्षेत्र ७ एकड़ हो।

२३—एक खेत दस लाख वर्गों में विभाजित हो सकता यदि प्रत्येक वर्ग का भुज पक्का हाथ हो तो संपूर्ण खेत क्षेत्रफल निकालो।

२४—एक रेल का यन्त्रिन हाड़ा से दिल्ली तक जाने में कि ९५४ मोल के अंतर में है कितनी एकड़ ज़मीन पर से जज्य कि दो पटरियों में अंतर ५ फ़ीट ६ इक्का का है।

२५—भ्यारसेन्टल कालेज का सेनेट हाल (कमरा) ८२ फ़लंपा और ३६ फ़ोट चौड़ा है तो बताओ कि उस हाल में के पर देने वालों को परीक्षाहो सकतनी है अगर प्रत्येक मेज़ और दो २० वर्ग फ़ोट दिया जावे।

व्योहारिक रीति

—जब कि आयताकार क्षेत्र का विस्तार कढ़ियों में दिया हो तो का क्षेत्रफल वर्ग कढ़ियों में निकलता है यदि उस संदृश्य को १ लाख से दो अपवा उस संदृश्य के अंत के ५ अंकों को काट दें तो अधिकिट संदृश्य कि बाम भाग में रह जायगी वह क्षेत्रफल की संदृश्य एकदम में होगी और दरमत्र भिन्न एकदम होगी। अंतिम संदृश्य को अगर ४ से गुणा करें तो संभिन्न रीट होगी और दरमत्र वाले भाग को ४० से गुणा करें तो संभिन्न रीट होगा—

उदाहरण १—क्षेत्र करो कि एक आयत को भुजाएं ३४ अरोव और ४२ अरोव ५० कड़ी है तो क्षेत्रफल क्या होगा।

३४७ जरीय = ३४७०० कड़ी

४२ जरीय ५० कड़ी = ४२५० कड़ी

$34700 \times 4250 = 147475000$ रुपये कड़ी

= १४७४८. ७५ एकड़ी

= १४७४ एकड़ी ३ रोपड़ी

उदाहरण २—मानलो कि पक्का आयत को भुज ८ जरीय ४८
कड़ी वा ३ जरीय ६५ कड़ी हैं तो क्षेत्रफल निकालो ।

$48 \times 365 = 309520$ रुपये कड़ी

इन तरफ से ५ अंकों को काट देने से

३०९५२ एकड़ी प्राप्त होता है

४

० . ३०९२ रोपड़ी

४०

१५. २३२० पोल (पच्चे)

इस लिये क्षेत्रफल = ३ एकड़ी ० रोपड़ी १५ पोल

६—छादरामलव या चलीपागुणन—एक रोति है जिस
को मक्कान घगने पाले खीर दहूँ चैर दूसरे बारोगर घगने क्षाम के
समझने में प्रयोग करते हैं। नीचे के चूचोपत्र से जिसमें रेखाकाट
खीर घरातल फुट छादरामलव को रोति से प्रतिभाग किया गया है
चलीपा गुणन का कर्म समझा जा सकता है।

१ फुट (रेखाकार या घरातल) = १२ प्रथम

१ प्रथम (१') = १२ द्वितीय

१ द्वितीय (१'') = १२ त्रितीय

१ त्रितीय (१''') = १२ चतुर्थ

खीर इसी तरह से

उदाहरण १—११ फ्लोट ५ रुपये को छादरामलव के रोतिसे
दियो ।

११ फ्लोट ५ रुपये = ११ फ्लोट ५' ३"

उदाहरण २—४५ यर्गफोट ४१ यर्ग इच्छा को द्वादशमलव रीति में लायो ।

$$\begin{aligned}
 45 \text{ यर्गफोट } 41 \text{ यर्ग इच्छा} &= 4'1\overset{1}{2}\overset{1}{3} \text{ यर्गफोट} \\
 &= (45 + 4'1\overset{1}{2}\overset{1}{3}) \text{ यर्ग} \\
 &= (45 + 4'1\overset{1}{2}\overset{1}{3} + 4'1\overset{1}{2}\overset{1}{3}) \text{ यर्ग} \\
 &= \underline{\underline{45 \text{ यर्गफोट } 3'4}}
 \end{aligned}$$

उदाहरण ३—५२५ यर्गफोट ५'७"६" को यर्गगज़ तथा में लायो ।

$$525 \text{ यर्गफोट } 5'7"6" = (525 + 5'7"6") \text{ का } 1 \text{ यर्गफोट} \\
 = \underline{\underline{52 \text{ यर्गगज़ } 3 \text{ यर्गफोट } 6'7\overset{1}{2}\overset{1}{3}}}$$

दूसरा अभ्यास

द्वादशमलव के रूप में लायो—

(१) ८ फुट ७८ इच्छा (२) ७ फोट २८ इच्छा (३) ५ फोट १३१८ यर्ग इच्छा (४) ९ यर्गफोट ३६३ यर्ग इच्छा (५) यर्गगज़ ३ यर्गफोट (६) ९३ यर्गफोट १३२८ यर्ग इच्छा (७) यर्गगज़ ५ यर्गफोट ११३८ यर्ग इच्छा ।

फोट और इच्छा के रूप में लायो—

$$(८) ७ फोट ८'३" (९) ५ यर्गफोट ४'५"६" (१०) ५ फोट ५'६"७"$$

१०—द्वादशमलव का गुणन

$$\begin{aligned}
) \text{फोट} \times (\text{रेखाकार}) \text{फोट} &= (\text{धरातल}) \text{फोट} \\
) \text{प्रथम} \times (\text{रेखाकार}) \text{फोट} &= (\text{धरातल}) \text{प्रथम} \\
 (\text{रेखाकार}) \text{फोट} \times (\text{रेखाकार}) \text{प्रथम} &= (\text{धरातल}) \text{प्रथम} \\
 (\text{रेखाकार}) \text{प्रथम} \times (\text{रेखाकार}) \text{प्रथम} &= (\text{धरातल}) \text{द्वितीय}
 \end{aligned}$$

उदाहरण १— ५फॉट ७इन्च को ६फॉट ८इन्च से गुणा करें।

पहिले ६ फ़ीट को ५ फ़ीट से गुणा करते यद्य प्राप्ति में रखकर कि $12' = 1'$ या $12' = 1$ फ़ीट पैर ६ फ़ीट $\times 7' = 42' = 3$ पर्यंग फ़ीट —तथ इस $'$ से गुणा करते हैं। यद्य प्राप्ति रख के कि $1' \times 1' = 1''$ (धरातल) पैर $1' \times$ $= 56'' = 4' 8''$ पैर ५ फ़ीट $\times 8'' = 40' = 3$ पैर ८'	फ़ीट ५—७ ६—८ — ३२—३ ३—८—८ ३७—२—८'
---	---

तीसरा अभ्यास

नीचे दिए हुए भुजों के प्रायतों का सेवफल द्वादशांश वृत्ति से निकालो।

(१) ३ फ़ोट ६ इंच पैर २ फ़ोट ३ इंच (२) ४ फ़ोट ५ इंच
पार ३ फ़ोट ७ इंच (३) ५ फ़ोट ३' ४" दीर्घ ९ फ़ोट २ १" (४)
फ़ोट ७' १०" दीर्घ ३ गज़ २ फ़ोट (५) २० फ़ोट ८' ८" दीर्घ ७
फ़ोट ६' ४"

११—कमरों में दरी विद्युता—एक चायतालार कमरे में
दिए दरी विद्युत आपि तो दरी वा सेशपल कमरे के गच्छे घटदृश्य
गुन्य होगा इसलिये दरी को लंबाई मालूम करने के लिये इम
कमरे को संबाई प्लाट बौद्धार्ह को चापस में गुड़ा करते हैं प्लाट
गुड़ने प्लाट भाग
को बौद्धार्ह

को एक राशि अवश्य कर लेनी चाहिए याने सब को फ्रीट या इच्छ कर लेना चाहिए ।

नियम—दरी को लंयाई = कमरे को लंयाई × कमरे दरी को चौड़ाई

उदाहरण—एक कमरे को लंयाई १२ फ्रीट ६ इच्छ चौड़ाई ७ फ्रीट ६ इच्छ है यदि उसमें ३० इच्छ चौड़ी दरी जाए तो उसको लंयाई प्यां होगी ।

$$\text{दरी को लंयाई} = \frac{१२\text{रे} \times ७\text{रे}}{२\text{रे}} = ३७\frac{१}{२} \text{ फ्रीट}$$

१२—किसी कमरे के दिवालों को कागज से मढ़ना

किसी आयताकार कमरे के दिवालों का क्षेत्रफल के लिये हम चारों दिवालों को फैली हुई समझते हैं याने समझते हैं कि चारों दिवालें पास पास खड़ी हैं तो यह होता है कि चारों दिवालें मिलकर एक आयत बन जाता चैर इस आयत को लम्बाई, दूने (कमरे की लम्बाई + कमरे चौड़ाई) चैर चौड़ाई = कमरे की ऊचाई ।

नीचे लिये हुए चक्र से ऊपर की युक्ति प्रकाशित होती

ऊचाई	पहिली दिवाल	दूसरी दिवाल	तीसरी दिवाल	चौथी दिवाल	ऊचाई
	लम्बाई	चौड़ाई	लम्बाई	चौड़ाई	

१—दिवालों का क्षेत्रफल = २ × (लम्बाई × ऊचाई)

) × ऊचाई = गच्च के परिमित × कमरे की ऊचाई ।

—परिमित = सोमा के रेखाघों के लम्बाई के ।

टिप्पणी—काग़ज़ भढ़ने के लिये दिवालों का क्षेत्रफल निकालने में द्वार पैर खिड़कियों, चंगोड़ियों इत्यादि का क्षेत्रफल घटा देना चाहिए ।

नियम २—काग़ज़ की लंबाई = $\frac{\text{दिवालों का क्षेत्रफल}}{\text{काग़ज़ को चौड़ाई}}$

उदाहरण १—एक कमरे की दिवालों का क्षेत्रफल निकालो जिसको लंबाई १६ फ़ीट ६ इक्के पैर चौड़ाई १२ फ़ीट ६ इक्के पैर ऊंचाई १४ फ़ीट है ।

$$\text{परिमिति} = 2 \times (\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई})$$

$$= 2(16\frac{6}{12} + 12\frac{6}{12})$$

$$= 58 \text{ फ़ीट}$$

$$\text{ऊंचाई} = 14 \text{ फ़ीट}$$

$$\begin{aligned}\text{दिवाल का क्षेत्रफल} &= 58 \times 14 \text{ फ़ीट} \\ &= \underline{812 \text{ वर्ग फ़ीट}}\end{aligned}$$

उदाहरण २—पहिले उदाहरण में यदि कमरे में दो दर-घाज़े हैं जिनकी लंबाई ७ फ़ीट ८ पौट ६ इक्के पैर दो दर-घाज़े हैं जिनकी लंबाई ६ फ़ीट ३ पौट ३ इक्के पैर हैं। यदि काग़ज़ को चौड़ाई २ फ़ीट ६ इक्के हो तो बिल्ले गज़ काग़ज़ को घायद्यकता होगी ।

$$\text{द्वारों का क्षेत्रफल} = 2 \times 7 \times 8 = 56 \text{ वर्ग फ़ीट} ।$$

$$\text{खिड़कियों का क्षेत्रफल} = 2 \times 6 \times 3 = 36 \text{ वर्ग फ़ीट} ।$$

$$\begin{aligned}\text{घायद्यक काग़ज़ का क्षेत्रफल} &= 812 - (56 + 36) = 720 \\ \text{वर्ग फ़ीट} ।\end{aligned}$$

$$\text{काग़ज़ की लंबाई} = \frac{720}{24} = 30 \text{ फ़ीट} = \underline{30 \text{ गज़}}$$

१३—किसी खेतफल में पत्थर की पटिया विद्वाना सब पटियों का क्षेत्रफल निश्चय बराबर होगा जिसमें वे विद्वतों हैं यदि पटिया बराबर विस्तार की हों तो ।

संख्या पटियों की - क्षेत्रफल जिस में पटियाँ विली हैं
प्रत्येक पटियों का क्षेत्रफल

उदाहरण—कितनी पत्थर की पटियाँ ३ फ़ोट लम्बी और २ फुट ६ इक्क चौड़ी एक चौक में विद्वैगी जिसकी लंबाई ७५ गज़ और चौड़ाई ४० गज़ १ फ़ट है ।

$$\text{पटियों की संख्या} = \frac{७५ \times ४०}{३ \times २\frac{६}{१}} = \underline{\underline{३१३०}}$$

१४—खेतफल समान रास्ते का जो एक आयताकार चौक के चारों तरफ़ उसके टीक सीमा के भीतर बना है—

मान लो कि अ ब स द एक आयता-थ	रास्ता २	८
कार चौक है जो कि क फुट लंबा है	व	—
फुट चौड़ा है । मान लो कि समान	—	—
मार्ग ग फुट चौड़ा चारों ओर उसके	—	—
भीतर यना है यदि मार्ग एक ढाटा	व	—
आयत घ छ ब फ़ घेरता है जिसकी प	—	—
लंबाई (घ—२ ग) फ़ोट पैर चौड़ाई (ब—२ ग) फ़ोट है ।	—	—

इसलिये मार्ग का क्षेत्रफल = क्षेत्रफल अ ब स द — क्षेत्रफल ब घ ब घ

$$= घ ब — (घ—२ ग) (घ—२ ग)$$

$$= ग (२ घ + २ ब) — ४ ग^2$$

$$या = २ ग (घ + ब — २ ग)$$

टिप्पणी—इस जगह पर मान सिय दूष ब्यास के क्षेत्रफल

(१९)

क्षेत्रफल समान मार्ग का जो एक वर्गेचा के चारों ओर
वाहरी सीमा पर बना है

दाकल २ में मान लो कि यह जब एक वर्गेचा है तो उसका अपेक्षित क्षेत्रफल में द मार्ग की वाहरी सीमा है।

मान लो कि चृष्ट = ८, छज = ३ तो मार्ग की चौड़ाई = ८ तो
मार्ग का क्षेत्रफल = $(8+2 \cdot 3) (8+2 \cdot 3) - 8 \cdot 3$
 $= 2 \cdot 3 (8+3+2 \cdot 3)$

उदाहरण १—एक आयताकार बाग २५६ गज़् लंबा और
११४ गज़् चौड़ा है यदि ३० पुट चौड़ा मार्ग बाग के भीतर चारों
तरफ़् सीमा के पास ही भीतर बना हुआ है तो मार्ग का क्षेत्र-
फल निकालो।

$$\text{बाग का क्षेत्रफल} = (256 \times 114) \text{घर्गं गज़्}.$$

मार्ग $(10+10)$ गज़् लंबाई में से दो $(10+10)$ गज़्
चौड़ाई से काटता है।

$$\begin{aligned}\text{इसलिये मार्ग का क्षेत्रफल} &= 256 \times 114 - 236 \times 114 \\ &= \underline{\underline{4000 \text{ घर्गं गज़्}}}\end{aligned}$$

अथवा साधारण प्रकार में

$$\text{क्षेत्रफल} = २ ग (क + र - २ ग)$$

$$= २ \times १० (२५६ + ११४ - २०)$$

$$= \underline{\underline{4000 \text{ घर्गं गज़्}}}$$

उदाहरण २—एक फ़िला ७४१ गज़् लम्बी और ५३१ गज़्

चौड़ी आयताकार पृथ्वी पर बना है तो उसका क्षेत्रफल इसके चारों
ओर ११ गज़् चौड़ी है तो उसका क्षेत्रफल निकालो।

$$\begin{aligned}\text{उसका क्षेत्रफल} &= (741+22)(531+22) - 382 \times 531 \\ &= \underline{\underline{32800 \text{ घर्गं गज़्}}}\end{aligned}$$

१३—किसी क्षेत्रफल में पत्थर की पटिया विद्धाना सब पटियों का क्षेत्रफल निश्चय बराबर होगा जिसमें वे विद्धती हैं यदि पटिया बराबर विस्तार की हों तो ।

संख्या पटियों की - क्षेत्रफल जिस में पटियाँ विद्धी हैं प्रत्येक पटियों का क्षेत्रफल

उदाहरण—कितनी पत्थर की पटियाँ ३ फ़ोट लम्बी पैर २ फुट ६ इक्के चौड़ी एक चौक में विछैगी जिसकी लंबाई ७५ गज़ पैर चौड़ाई ४० गज़ १ फ़ुट है ।

$$\text{पटियों की संख्या} = \frac{२२५ \times १२१}{३ \times २२} = ३६३०$$

१४—क्षेत्रफल समान रास्ते का जो एक आयताकार चौक के चारों तरफ़ उसके ठीक सीमा के भीतर बना है—

मान लो कि अ य स द एक आयता-आकार चौक है जो कि क फ़ुट लंबा तथा कुट चौड़ा है । मान लो कि समान मार्ग ग फुट चौड़ा चारों प्रोट उसके भीतर बना है वह मार्ग एक छोटा आयत च छ ज तथा घेरता है जिसकी लंबाई (क—२ ग) फ़ोट पैर चौड़ाई (स—२ ग) फ़ोट है ।

इसलिये मार्ग का क्षेत्रफल = क्षेत्रफल अ य स द—क्षेत्रफल न छ ज क

$$= क स—(क—२ ग) (य—२ ग)$$

$$= ग (२ क + २ य) —४ ग$$

$$या = २ ग (क+य—२ ग)$$

टिप्पणी—इस जगद पर मान लिए दुष्ट द्याक के क्षेत्रफल में रास्ते का क्षेत्रफल मिला दुष्टा है ।

शकल २

८

च	स
य	ज

स

(१९)

क्षेत्रफल समान मार्ग का जो एक वर्गैचा के चारों ओर
वाहरी सीमा पर बना है

शकल २ में मान लें कि च क ज स एक वर्गैचा है पैर अ प
स द मार्ग को वाहरी सीमा है ।

मान लें कि चउ = ट, छज = ठ पैर मार्ग की चौड़ाई = द तो
मार्ग का क्षेत्रफल = $(ट+२ ड) (ठ+२ ड) - ट ठ$
 $= २ ड (ट+ड+२ ड)$

उदाहरण १—एक आयताकार घाग् २५६ गज् लंबा पैर
१६४ गज् चौड़ा है यदि ३० फुट चौड़ा मार्ग घाग् के भीतर चारों
तरफ़ सीमा के पास ही भीतर बना हुआ है तो मार्ग का क्षेत्र-
फल निकालो ।

घाग् का क्षेत्रफल = (२५६×१६४) घर्ग गज् ।

मार्ग $(१०+१०)$ गज् लंबाई में से पैर $(१०+१०)$ गज्
चौड़ाई से काटता है ।

इसलिये मार्ग का क्षेत्रफल = $२५६ \times १६४ - २३६ \times १४४$
 $= ८०००$ घर्ग गज्

अथवा साधारण प्रकार से

क्षेत्रफल = २ ग (क + ख - २ ग)

$= २ \times १० (२५६ + १६४ - २०)$

$= ८०००$ घर्ग गज्

उदाहरण २—एक किला ७४३ गज् लम्बी पैर ५३१ गज्

चौड़ी आयताकार पृथ्वी पर बना है पैर एक घन्दक उसके चारों
पोर १३ गज् चौड़ी है तो घन्दक का वाहरी क्षेत्रफल निकालो ।

घन्दक का क्षेत्रफल = $(७४३ + २६)(५३१ + २६) - ७४३ \times ५३१$
 $= ३३८००$ घर्ग गज्

$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल} &= 2\Delta (\text{ट} + \text{ठ} + 2 \text{ द}) \\ &= 2 \times 13 \times (743 + 431 + 26) \\ &= 33800 \text{ घर्गे गज} \end{aligned}$$

चौथा अभ्यास

१—इलाहायाद रेलवे स्टेशन का चैतरा १२७४ फ़्रीट लंबा पैर
 २१ फ़्रीट ८ इक्के घोड़ा है यदि उस पर थरदवान के पत्थर को पटियां
 २५ दपए १०० बर्ग फ़्रीट के हिसाब से विछाई जावै तो यतापो
 उसके विछाने में कितना ख़र्च पड़ेगा पैर दूर एक पटियों की
 जो कि माप में ३५ फ़्रीट \times ११ फ़्रीट है सुन्ख्या क्या होगी।

यह भी यतलामो कि माघमेला के यात्री कितने उस पर छढ़े हो सकते हैं यदि दूर एक यात्रीको २२ घण्टफुट छढ़े होने के लिये जगह दी जाए।

२-म्योर सेन्ट्रल कालेज के पुस्तकालय में विद्याने के लिये जिसकी लम्बाई ५५ फुट पौर चौड़ाई ३४ फुट है कितने गज दूरी की आवश्यकता होगी जिसकी कि चौड़ाई ३ गज है।

३—एक गोल कमरे का घेरा ४५ गज़ १ फुट ३ इन्च है प्रैर
१० फुट ८ इन्च उचाई में है यदि उन दिखालों को १५ इन्च छोड़
कागज से भढ़ते कितने गज कागज की साधारणता होगी।

४—एक आयताकार गेंद खेलने का मैदान २५० गज़् लम्बा और २१० गज़् चौड़ा है यदि उसके चारों तरफ़ कड़ुङ्ग की ५ फुट चौड़ी सड़क बनाई जाये तो उसका क्षेत्रफल कितना होगा ।

५—एक यर्ग सेत १२५ पकड़ है तो उसके एक भुज की लम्बाई कितनी होगी ।

६—एक यायताकार गोद खेलने की जगह १ एकड़ है प्लैट
जिसकी लम्बाई प्लैट चौड़ाई इस क्रम से हैं जैसे कि ५: २ इस
मैदान के चारों तरफ एक मार्ग है जो कि दों गज़ चौड़ा है तो

यताघो उस सार्ग में एक घर्गंगज़ में ५० ईंटें के हिसाब से कितनी ईंटें लगेंगी ।

७—एक कमरा ३० फुट लम्बा और १२ फुट ६ इक्का चौड़ा और १० फुट ऊंचा है जिसमें दो दरवाजे प्रत्येक ८ फुट ऊंचा और ३ फुट ४ इक्का चौड़ा और दो छिड़कियां प्रत्येक ८ फुट ४ इक्का ऊंचों और ५ फुट चौड़ी हैं तो घतलाघो कि उसके दिवालों को काग़ज़ से मढ़ने के लिये कितने टुकड़े काग़ज़ लगेंगे जो कि १० गज़ लम्बा और १ गज़ चौड़ा है ।

८—एक घायताकार घाग़ १५० गज़ लम्बा और ६४ गज़ चौड़ा ७ फुट ६ इक्का एक ऊंचों दिवाल से घिरा हुआ है तो घतलाघो ६ घाना १०० घर्गफोट के हिसाब से भीतर के दिवालों में चूना पोतने में क्या ख़र्च पड़ेगा ।

९—एक कमरा २५ फुट लम्बा और १८ फुट चौड़ा और ११ फुट ऊंचा है जिसकी दिवालों और द्वार पर गश कराने के लिये काम से ३ घाना हर एक घर्गंगज़ से हिसाब से कितना लगेगा ।

१०—एक गेंद खेलने के मैदान में जो १५० गज़ लंबा १४४ गज़ चौड़ा है एक घर्गंगमि भाग जिसका क्षेत्रफल कुल मैदान के क्षेत्रफल का १८ है गेंद खेलने के लिये बनाया गया है तो इस घर्गंगमि भुजा यताघो और यह भी यताघो कि उस भूमि भाग की मरमत में एक घाना प्रत्येक घर्गंगज़ के हिसाब से क्या ख़र्च लगेगा ।

११—घगर ४२ तथ्याता काग़ज़ हर एक ६ गज़ लम्बा पर कमरे की दो घालों के ढकने के लिये लगता है जो कि २५ फ़ोट २ इक्का लंया और १९ फ़ोट १० इक्का चौड़ा और १० फ़ोट ६ इक्का ऊंचा है सो काग़ज़ की चौड़ाई घतलाघो ।

१२—एक घायताकार घाग़ जिसकी भुजा १ : ४ के संर्वध में है ६४० एकड़ है और घाग़ के घारों तरफ़ भीतर एक सड़क १६ फ़ोट चौड़ी घनयाई जाए तो उसमें कितनी जगह लगेगी ।

१३—एक आयताकार लकड़ी की संटूष्टि ६ फीट ८ इच्छा लंबी पैर ४ फुट ६ इच्छा चौड़ी पैर ८ फीट मात्री बनायाँ जाएं तो कितने पाँफोट लकड़ी के तथा लगेंगे ।

१४—तीस फुट लम्बा पैर २४ फीट चौड़ा कमरा के गाथ के क्षेत्रफल पैर दूसरे दो कमरों के क्षेत्र फल में क्या अंतर है जब कि इन दो कमरों का विस्तार परेशन पहिले कमरे के पांची है ।

१५—पाठ फीट ४ इच्छा चौड़े कमरे में १८ इच्छा चौड़ी दो विद्याने में ४ रु० ८ प्राना घरी गज़ के दिसाय से २२५ रु० लगते हैं तो कमरे की लम्बाई पताचो ।

१६—एक कमरे की लम्बाई २५ फीट है यदि उसकी चारों दियालों की ऊँगायाई में ग्रत्येक घरी गज़ दो रुपया ८ प्राना के दिसाय से ४०० रु० पैर कमरे में दरो विद्याने में हर एक घरी फीट ५ रु० के दिसाय से २५०० रु० रुचं दों तो कमरे को उचाई पैर चौड़ाई पताचो ।

१७—एक आयताकार क्षेत्र जिस की लम्बाई चौड़ाई से डेढ़ गुना है १५ एकड़ है तो बताचो इस खेत के गिर्द चार मरतवे एक भाद्रमी ५ मील फी घंटे के घाल से कितनी देर में चलेगा ।

१८—दिनुस्तान का क्षेत्रफल १४७४९१० घरी मील है तो इसमें कितने एकड़ पैर कितने घंगाल के विगड़े होंगे (१ घंगाल का विगहा = १६०० घरी गज़) ।

१९—एक आयताकार क्षेत्र के भुज ३९३ फीट पैर १५० फीट हैं तो सिद्ध करो कि घगर चारों तरफ किनारे से ५ गज़ चौड़ी नीन काट लो जाय तो शेष क्षेत्रफल १ एकड़ होगा ।

२०—एक कमरा के फ़र्श पैर दिवाली का क्षेत्रफल कम से १ घरी फीट पैर ३०० घरी फीट पैर ३८० घरी फीट हैं तो का विस्तार बताचो ।

$$\begin{array}{lcl}
 \text{तो} & s^2 = p^2 + q^2 & \dots \dots \dots \\
 \text{पैर गो} & p^2 = s^2 - q^2 & \dots \dots \dots \\
 \text{पारे} & p^2 = (s-q)(s+q) & \dots \dots \dots \\
 \text{जहाँ तरह} & p^2 = s^2 - q^2 & \\
 & = (s+p)(s-p) &
 \end{array}
 \quad (1) \quad (2) \quad (3)$$

इस तीर पर यदि समकोन श्रिभुज की दो भुजाएं मालूम हो तो उन्होंने भुज को इस विकल सहते हैं।

परिभाषा— यदि s में भुज p व q जो समकोन के सामने विद्युत विभुज का कर्ण बदलता है पैर व स आधार चौरा। तो या उन्हाँ बदलते हैं।

नियम— किसी समकोन विभुज में

$$\begin{aligned}
 \text{हेतुरू} &= r \times \text{आधार} \times \text{सम} \\
 \text{समकोन विभुज का कर्ण} &= \sqrt{(\text{आधार})^2 + (\text{तर})^2} \\
 \text{आधार} &= \sqrt{(\text{तर})^2 - (\text{कर्ण})^2} \\
 &= \sqrt{(\text{तर} + \text{कर्ण})(\text{तर} - \text{कर्ण})} \\
 \text{तर} &= \sqrt{(\text{तर})^2 - (\text{आधार})^2} \\
 &= \sqrt{(\text{तर} + \text{आधार})(\text{तर} - \text{आधार})}
 \end{aligned}$$

उत्पर्णी— ऊपर के नियम में कर्ण, आधार वा लंब के माप हे दोनों पार से कर्ण आधार चौरा लंब समझे जाते हैं।

—एक समकोन श्रिभुज का आधार 60 फ़ीट है दो तो कर्ण घटलायें।

$$\sqrt{60^2 + 61^2} = \sqrt{3721} = 61 \text{ फ़ीट}$$

∴ समकोन विभुज का कर्ण 61 फ़ीट

टिप्पणी—दिए हुए पिस्तारों को ऊपर नियमों के लगाने के द्वारे पहली जात कार लेना चाहिए ।

७३ गज़ = २३१ फ़ीट

$$\text{सम्ब} = \sqrt{(281^2) - (231^2)} = \sqrt{78961 - 52961} \\ = \sqrt{26000} = 160 \text{ फ़ीट}$$

दूसरी रीत

$$\text{सम्ब} = \sqrt{(281 + 231)(281 - 231)} = \sqrt{512 \times 50} \\ = \sqrt{25600} = 160 \text{ फ़ीट}$$

टिप्पणी—दूसरो रीत प्रथम कारोब सदल है अनियमित रहितों के ।

पांचवां अभ्यास

नीचे दिए हुए दस समस्याओं के उत्तरों में जिम्मेदारी

(१)	पाठार	=	११२	सम्ब	=	१५६
(२)	पाठार	=	८६५	सम्ब	=	२३२
(३)	पाठार	=	१८	पाठार	=	११५५
(४)	पाठार	=	११७	पाठार	=	१२१५
(५)	पाठार	=	११०	पाठार	=	१४१
(६)	पाठार	=	१०५	पाठार	=	७३३
(७)	पाठार	=	१०३	पाठार	=	८७६
(८)	पाठार	=	१०१	पाठार	=	१५३९
(९)	पाठार	=	१११८	पाठार	=	१०१९९
(१०)	पाठार	=	१११०	पाठार	=	१२११

१७—सिद्धा गोत्रियरा श्रिमुख—जर्र के दसाहरा में समस्याएँ श्रिमुख की भुक्तान द्वारा संस्कृत हैं ऐसे श्रिमुख द्वारा

पिथागोरिश त्रिभुज कहलाते हैं। सब पिथागोरिश त्रिभुजों के लिखने के लिये रीति है परन्तु ये कठिन गणित पर अवलंब करते हैं। नीचे लिखे हुए यीजगणित के उपाख्यान के मनुसरण करने से विद्यार्थी सहलता से पिथागोरियश त्रिभुज बना सकता है।

$$(1) (k^2 + m^2)^{\frac{1}{2}} \quad (k^2 - m^2)^{\frac{1}{2}} + (2km)^{\frac{1}{2}}$$

$$(2) \left\{ \frac{1}{2}(g^2 + 1) \right\}^{\frac{1}{2}} = \left\{ \frac{1}{2}(g^2 - 1) \right\}^{\frac{1}{2}} + g^2$$

$$(3) \left\{ (\frac{1}{2}m)^2 + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} = \left\{ (\frac{1}{2}m)^2 - 1 \right\}^{\frac{1}{2}} + m^2$$

(1) में कोई दो अभिन्न संख्याके चौर ख के स्थान में स्थापित को जा सकती हैं जैसे कि हम के चौर ख के स्थान में ४ चौर ख रखते हैं तो २५ वा ७ वा २४ पाते हैं जो कि समकोण त्रिभुज के मुझे हैं। (2) में कोई विपरीत संख्याग के स्थान में स्थापित को जा सकती है जैसे कि ग के स्थान में हम ५ रखते हैं तो हमें १३ वा १२ वा ५ मिलता है (3) में कोई सम संख्याम के स्थान में स्थापित को जा सकती है जैसे कि म के स्थान में हम ४ रखते हैं तो हमें ५ वा ३ वा ४ मिलता है।

१०० तक १५ पिथागोरियश त्रिभुज को नामावली कर्ण के मनुसार रखकी गई हैं।

३ ४ ५	९ ४० ४१	४८ ५५ ७३
५ १२ १३	२८ ४५ ५३	१३ ८४ ८५
८ १५ १७	११ ६० ६१	३६ ७७ ८५
७ २४ २५	१६ ६३ ६५	३९ ८० ८९
१२ ३५ ३७	३३ ५६ ६५	३५ ७२ ९७

व्योहारिक रोति

१८—जब कि समकोण त्रिभुज के समकोण याली भुजों का अन्तर छोटा हो तो नीचे लिखी हुई विधि कर्ण के मालूम करने के लिये इयादा सहल होगी।

$$स^2 = च^2 + य^2 = २ च य + (च - य)^2$$

उदाहरण—च = ११९, य = १२०, स को मालूम करो

$$स^2 = २ \times ११९ \times १२० + (१२० - ११९)^2 = २८५६१$$

$$\therefore स = \underline{१६१}$$

यदि समकोण श्रिभुज के भुज का अल्ल हो तो म क, म ख, म ल, भी समकोण श्रिभुज के भुज होगे पर्याक्रिया घटत।

$$क^2 + ख^2 = ल^2$$

$$\text{तथा यह भी } म^2 क^2 + म^2 ख^2 = म^2 ल^2$$

इस प्रकार से जब कि समकोण श्रिभुज के दो भुज के एकही सामान्य खंड हो तो यह खंड निकाल लिया जा सकता है और युक्ति १५ के नियमों के मुख्य संख्या में लगाने पर अंतिम फल पाने के लिये इस फल को ऊपर के सामान्य खंड से गुणा देंगे।

उदाहरण—किसी समकोण श्रिभुज में समकोण की गिर्द की भुजाएँ १४०० घैर ४८०० फूट कम से हैं तो कर्ण निकालो, २०० सामान्य खंड गलग करने पर ७ घैर २४ रहता है।

$$\text{तथा } ७^2 + २४^2 = ६२५ = २५^2$$

$$\text{इसलिये कर्ण} = २५ \times २०० = \underline{\underline{५०००}} \text{ फूट}$$

१९—किसी समकोण समद्विषाहु श्रिभुज की भुज य हो तो कर्ण यताचो।

$$\text{कर्ण} = \sqrt{य^2 + य^2} = \sqrt{२य^2} = य \sqrt{२}$$

नियम—समकोण समद्विषाहु श्रिभुज का कर्ण भुज का $\sqrt{२}$ देता।

(२८)

२०—समत्रिवाहु त्रिभुज के किसी एक कोण से सभुज पर लोचे हुए लंब की लंबाई मालूम करना ।

शाफत

फूज़' करो कि अ प स एक समत्रिवाहु त्रिभुज है जो अ ए लम्ब अ से प स पर है ।



मानलें कि अ प = प स = स अ = प; तो यदि स्पष्ट प द = द स - ह प, भय अ द^२ = अ प^२ - प द^२ = प^२ - (ह प^२) =

$$\therefore \text{अ द} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{प}$$

नियम—समत्रिवाहु त्रिभुज को ऊँचाई = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{भुज}$

$$\sqrt{2} = 1.41421356$$

$$\sqrt{3} = 1.7320508$$

२१—यदि किसी वर्ग का कर्ण दिया हो सो उसका क्षेत्र निकालें ।

$$\text{युक्ति } १९ \text{ से कर्ण} = \sqrt{2} \times \text{भुज}$$

$$\therefore \text{भुज} = \frac{\text{कर्ण}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{इसलिये क्षेत्रफल} = (\text{भुज})^2 = \frac{1}{2} (\text{कर्ण})^2$$

$$\text{नियम—वर्ग का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{कर्ण का वर्गमूल}$$

∴ जब घ चैर स +व दिया हो तो

$$s - \gamma = \frac{\gamma^2}{s + \gamma}$$

ਪੈਰ ਜਥੁਂ ਚ ਪੈਰ ਸ—ਕਿਵੇਂ ਦਿਧਾ ਹੋ ਤੇ।

$$x+y = \frac{y^2}{x-y}$$

स + घ द्वौर स—घ के जानने पर स द्वौर व पृथक् पृथक्
मालूम करना बहुत सहल है ध्योक्ति
 $s = r | (s + g) + (s - g)$; द्वौर व = $r | (s + g) - (s - g)$

उदाहरण— प्रगति पक बांस ३२ हाथ लम्बा सम प्राप्ति
पर लगा दुधा हथा के होंके से ढूट कर १६ हाथ के फासिला उत्तर
उत्तर को दुनिया ज़मीन पर लगै तो बताया कि जड़ से वह कैसे
पर ढूटा। (लोलावती) ढूटने के बाद बांस शक्ति ४ में से बढ़ी
की शक्ति का हो गया है।

$$\text{तथा } s + y = 32 \quad \text{मिम} = 16 \quad \therefore s - y = \frac{16 \times 16}{32} = 8$$

$$\therefore \text{ष} = \frac{1}{2} (32 - 4) = \underline{\underline{12 \text{ दाय}}}$$

२४—कर्ण घैर भुजें का योग दिया हुआ है तो पृथक् पृथक् भुजें को निकालो ।

सभ यहाँ पर हम स थैर च + व जानते हैं।

$$\text{अप } 2 \text{ स}^2 - (\text{म} + \text{घ})^2 = 2(\text{म}^2 + \text{घ}^2) - (\text{म} + \text{घ})^2$$

—घ जाना जाता है।

‘य चौर थ—य को जान कर थ चौर य को पृथक्
करना सद्वल है जैसा कि युक्ति २३ में दिया है।

— $s = 17$ मीटर $s+y = 23$ तो y मीटर

उदाहरण—एक यां यनाघो जिसका कि खेत्र

१५ यां जारीप हो।
पूँकि $15 = 5 + 2$ तो चादे हुए यां को मुझे १५ यां उत्तर समाज श्रियुग के कल्यां के जिसको मुजाहिद २ जारीप हो।

परिभाषा—एकापवर्त्य राशि ऐसे होते हैं जो ग्रामाज रहते हैं जैसे कि वे २ फॉट या ६ रे फॉट पर्याकि ये दोनों २ इक्क को लंयाई से ठोक ठोक चला होते हैं। यह कि राशि के समान प्रपञ्चतंत्र ना एकापवर्त्य कहे जाते हैं।

एकापवर्त्य राशि (पसमान परिमाण) के :

(१) यां की भुज दैर कर्त्ता ।

(२) वृत्त के व्यास दैर परिधि ।

(३) रेखागणित २-११ में विनष्ट रेखा के ।

छठवां अभ्यास

—फोट श्रियुग के व्यां को निकटते

हिन्दू है—

(१) १५ दैर ३ लंयाई ४ इक्क ।

(२) ११ लंयाई ८ इक्क दैर १५ लंयाई ३ इक्क ।

(३) १५ लंयाई १५ इक्क दैर १५ लंयाई ।

(४) १२ लंयाई दैर १२ लंयाई ५ इक्क ।

—फोट श्रियुग के दौलते इक्क २

लंयाई १५ दैर १५ इक्क यद्यों दौलते निहित

(५) १५ लंयाई ८ इक्क दैर १५ लंयाई ।

(६) १५ लंयाई ८ इक्क दैर १५ लंयाई ।

३—किसी समकोण श्रिभुज के भुज में—ना पैर २म न हैं तो क्या निकालो ।

४—किसी एक त्रिकोणाकार धेय के दो भुज ८८ पैर ११० गज़ हैं पैर उनके बीचमें एक समकोण है तो धेयफल निकालो ।

५—किसी एक समकोण श्रिभुज का क्षय २२७५ फ़ोट पैर आधार लम्ब का ८८ पा हिम्मत है; श्रिभुज का धेयफल निकालो ।

६—एक समत्रिवाहु श्रिभुज की परिमिति ७२० गज़ है तो उसका लम्ब निकालो ।

७—किसी धेय के क्षय जिसके सब भुज घटाइए हैं १३१२ पैर १४२५ कहो हैं तो उसका धेयफल निकालो ।

८—दो मनुष्य ९ घण्टे प्रातः बाल घटाही जगह से चले । उनमें से एकने रेल से टोक उत्तर को १ घण्टे में ३५ मील के दिसाय से पैर दूसरे ने टीक पूर्व को डाक से १ घण्टे में १२ मील के दिसाय से सफ़र किया तो उस दिन दोपहर को ये कितना दूरी पर होंगे ?

९—२० घटाहु धर्ग हेयमें क्षय मार्ग को लम्बाई को बतायो ।

१०—किसी एक समकोण श्रिभुज के क्षय पैर लम्ब ४८ पैर ४० के संघर्ष में है पैर धेयफल १८००० पर्यंग है तो प्रम से आपार, राम दोर क्षय को लम्बाई बतायो ।

११—एक विषमकोण समचतुर्भुजाकार धेय का धेयफल निकालो जिसके क्षय १० पैर ४० जरोव है ।

१२—एक धर्ग बाल क्षय ६० पौट ई तो उसका धेयफल वर्गज में निकालो ।

१३—एक धर्ग को भुज २५० गज़ है तो क्षय को लम्बाई क्या है ?

१४—एक मराह को पैराह ६० पौट है पैर धोरी के ऊपर के छाझन को उम्बाह १५ पौट है तो धर्ग को लम्बाई क्या है ?

१५—८ पर्यंगो विषड्हो पर घटा सोहोलमाई गो है दोर उसका पादा दिवास से मज़रोह १५ पौट से ल्याहा जहो रख्या जा सकता है, तो इन से बड़े सोहो को लम्बाई क्या होती ?

उदाहरण—एक वर्ग बनायो जिसका कि क्षेत्रफल
१३ वर्ग जरीब हो ।

चूंकि $13 = 3^2 + 2^2$ तो चाहे हृष्ट वर्ग की भुज दोहराए गये उस समकोण त्रिभुज के कर्ण के जिसको भुजाएं कर्म से चैर २ जरीब हैं ।

परिभाषा—एकानपवर्त्य राशि ऐसे होते हैं जो कि सभी प्रमाण रखते हैं जैसे कि ३ रै फ़ोट वा ६ रै फ़ोट एकानपवर्त्य कर्णोंकि ये दोनों २ इक्के को लंबाई से ठोक ठोक अपवर्तित हो जा सकते हैं । जब कि राशों के समान अपवर्तन नहीं होते हैं एकानपवर्त्य कहे जाते हैं ।

एकानपवर्त्य राशि (असमान परिमाण) के उदाहरण

(१) वर्ग की भुज चैर कर्ण ।

(२) वृत्त के व्यास चैर परिधि ।

(३) रेखागणित २-११ में विभक्त रेखा के संड ।

छठवाँ अभ्यास

१—समकोण त्रिभुज के कर्ण को निक
से नीचे दिप हूप है—

(१) ९ इक्के चैर ३ फ़ोट ४ इक्के ।

(२) ११ फ़ोट ८ इक्के चैर १४

(३) ३७ फ़ोट ११ इक्के चैर—

(४) ५५ फ़ोट चैर ८२

२—समकोण त्रिभुज

कर्ण चैर दूसरो भ

(१)—५

इक्के चैर ४०

(४) ८४ :

२४—किसी आयत का कर्ण ३२.५ गज़ है पैर उसका क्षेत्रफल २५२ घर्गं गज़ है तो उसका विस्तार क्या है ?

२५—किसी आयत का क्षेत्रफल ३३५८.१२ घर्गं पौट पैर उसकी परिमिति २४८.६ पौट है तो उसका विस्तार निकालो ।

२६—दो जहाज़ एक हाँ चंद्र से लगे, एक १ घंटे में १० मील के दिसाय से टीक दक्षिण को प्वोर प्वोर दूसरा १ घंटे में ४२ मील के दिसाय से टीक पश्चिम को गया तो २४ घंटे के अंत में वितने दूर का अन्तर होगा ?

२७—किसी समझौता विभुज का क्षेत्रफल ३१.०० घर्गं गज़ पैर उसका आधार १३५ पौट है तो वर्ण निकालो ।

२८—एक आयताकार क्षेत्र का लंबाई ११८८ पौट प्वाइड रे १११३ पौट है तो उसके कर्णमार्ग वो लंबाई क्या होगा ?

२९—किसी विषमझौता सम अनुभुज की परिमिति २५० पौट है प्वोर उसका वर्ण ३२ पौट है तो क्षेत्रफल निकालो ।

३०—एक तेली के बोरह का खड़ खुश इस तरह से गाड़ा गया हि कि उसका बोरह दियाल पर ३२ दाय की दूरी पर है । यदि उस के ढंडे वो लंबाई बोरह से ५ दाय हो सो यताप्ति कि वितनो दियाल प्वाइड डाली जाय कि यह इष्टा सदृशता में घूम सके ?

३१—एक चाँप वो एक स्थान से दूसरे स्थान व तीस जाने में ६५ मील उड़ना पड़ता है । एक तीसरा स्थान स, उस स्थान से २८ मील उपराहा के अन्तर पर है जो सातर रेखाएँ व पर संबद्ध है ।
पैर से में अम रे व म वर्ग अन्तर है ।

३२—विसो एक समझौता विभुज का आधार ४ पौट है प्वोर उसका क्षेत्रफल ११२० घर्गं इथ है तो वर्ण निकालो ।

३३—विसो एक घर्गं का क्षेत्रफल २२.४५ घर्गं पौट है । घर्गं के दर एक तरह एक दिनु सरस गज़ रोप के बोरह से १२ पौट दूरी पर जिया गया है तिन दिनुओं द्वारा जोड़ने से जो दारह उत्पन्न हो जाए । एने है तो इस घर्गं का क्षेत्रफल क्या होगा ?

३४—किसी समक्षाला श्रिभुज का द्वेषफल ७१४३ पर्यां है। पैर उसका कर्ण १६९ फ़ोट है तो भुजों को निकालो।

३५—किसी एक तालाय में हंस पैर सारसों के समूहों हैं। एक थोता (दृष्टाधि) जल के ऊपर बमल के छन्दों साथ मांग देखा गया कि दृष्टा के भौंक से यह चांगेष्टड़ के दो हाथों अन्तर पर दृष्ट गया तो पानी की गद्दराई घताप्तो। (लोकायत) [२३ पर्यां युक्ति का लगाप्तो]

३६—एक गर्व का विल ७ दाय ऊंचे वर्मों के गीते हैं। उसके सिर पर एक मोर पैठा है। यह एक साधि को आम्बे है। फ़ासले पर विल को ताकु सरमता कर जाते हुए देग वर्ह पर तिरछे टूटा तो यह के दाय पर गर्व के विल से मिले हैं। दोनों परहंडी गति गंधलते हैं। (लोकायत) [२३ पर्यां गीते हैं]

३७—दीर्घ दाय ऊंचे पेह में एक वन्द्र उत्तर वर्ह वर्ह पर जा कि २०० दाय की दूरी पा पा गया। एक दूसरा वर्ह उसी पेह के कुछ उपर्याई पर से फूट कर बलं गांग में दीव वर्ह जग्द पर गया। यहि दग्ध के जात को गाँद वदावट हो गी। जो उपर्याई दो वताप्तो। (लोकायत) [२३ पर्यां गीते हैं]

३८—देखागलि १४३ दो लगा वर्ह वर्ह यां वताप्तो शिक्षा शेषरम होइ १४४ हो।

३९—दिसो एक गम्भीर विग्रह के चापार दीर्घ १४४ गं द्वार में ११ दोइ ११२ विहर है तो ३ गम्भीरवाहु विनु १४५ विलार दीर्घ से वर्ह वताप्तो। इसमें कि यह विलार दीर्घ वर्ह है।

४०—वर्ह वर्ह दीर्घ वर्ह चाहम वर्ह विनु विलार है। वर्ह वर्ह वर्ह दीर्घ वर्ह वर्ह चाहम वर्ह विलार है। वर्ह वर्ह वर्ह वर्ह विलार है। वर्ह वर्ह वर्ह विलार है।

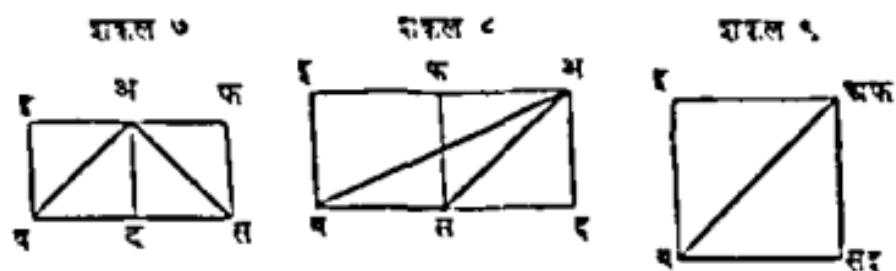
तीसरा प्रकरण

त्रिभुज (प्रायः)

२७—किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल—रेखागणित १-४१ से यदि समानान्तर चतुर्भुज और त्रिभुज एकदो चांचार पर हों तो एकदो समानान्तर रेखाओं के बीच में हों तो समानान्तर चतुर्भुज त्रिभुज का दुगना होता है।

मान लो कि यह से एक त्रिभुज है—न्यूनकोण समकोण वा अधिककोण। चूंकि कम से कम दो न्यूनकोण घटदद्य होता है, इसलिये मान लो कि वह उनमें से एक है।

असिरे से वह से चांचार पर (यहाँ दुग्धा यदि चापदद्य हो) अब लंब खोचो। तब कोण के न्यून सम वा अधिक होने के पनुसार इसकी तीन घटना या घटस्था होती हैं।



घगर कोण में न्यून है तो D, वह चौर से मध्य में पड़ेगा। घगर कोण से सम है तो उसे छोटा ढक लेगा और घगर कोण से अधिक है तो D वह से बड़े दूप पर पड़ेगा।

इन तीनों घटनाओं में असे एक समानान्तर वह से खोचो। और वह चौर से से वह चौर से फ्रैंसमानान्तर वह उसे खोचो। तब हर एक इलात में त्रिभुज वह वह चौर समानान्तर चतुर्भुज वह फ्रैंस से एकदो चांचार वह से पैर एकदो हों समानान्तर रेखाएँ वह उसे पैर एकदो हों इसिंपास हों।

$$\therefore \text{त्रिभुज अ प स} = \frac{1}{2} \times \text{आयत अ इ फ स}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{व स} \times \text{व इ}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{व स} \times \text{अ इ}$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{आधार} \times \text{लंब})$$

नियम—त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{लंब}$

नियम—लंब = $\frac{2 \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{आधार}}$

नियम—आधार = $\frac{2 \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{लंब}}$

उदाहरण १—किसी एक त्रिभुज का आधार २० इ०
मैटर उसका लंब ३९.६ जरीव है तो उसका क्षेत्रफल निकालें।
क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times 20 \cdot 3 \times 39 \cdot 6 = 801 \cdot 9$ वर्ग जरीव

उदाहरण २—किसी एक त्रिभुजाकार खेत का क्षेत्रफल ७ एकड़ है मैटर उसका लंब १७५ गज़ है तो आधार निकालें।
आधार = $\frac{2 \times 7 \times 175}{175} = 28 \cdot 0$ गज़

२८—समत्रिवाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल—युक्ति २०।
समत्रिवाहु त्रिभुज की ऊचाई = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{आधार}$ ।

इसलिये क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{आधार}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{आधार})^2$

नियम—समत्रिवाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल =
 $\times \text{भुज का घर्ग}$ ।

२०.—विभुज में १ टिक्के या गल्ल हैं जाने गोप की तरह देख लीजिए। विभुज के बीच एवं उस पर स्थिती होने वाले शब्दों के बीच वास्तविक अंतर जाने हैं देख लीजिए। विभुज को भुज काम से चौथा सम से जाहिर किया जाते हैं। एवं वह विभुज का परिवर्तन—च ५ थ ५ एवं जो किया था ५ थ ५—इस के द्वितीय से संख्यों पर लक्ष्य करना चाहिए।

ପ୍ରାଚୀନୀ ପ୍ରକ୍ଷେପ ପାତ୍ରକାଳୀନୀ ହୁଏ ଥିଲା ଏହା
-୫ (୩-୮)

हमारी दीर्घ वार्षिक - वृत्ति रक्षा = ६ (प्रति वर्ष) दीर्घ वार्षिक + वृत्ति रक्षा = १२ (प्रति वर्ष)

२०—दिवारी छिप्पते भी या लिहते भी या बाजार पर आव
ली की दी (या—ए) (ए—य) (ए—य)

मानव जीवन की विधि, या, जीवन की विधि-विधि, जीवन की विधि-विधि,

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (1)$$

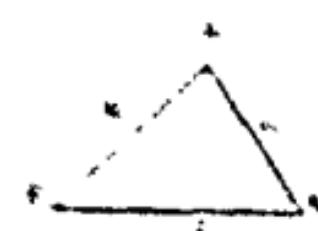
四
五
六
七
八

卷之三

Digitized by srujanika@gmail.com

$$x^2 = \pi^2 \left(\frac{R^2 - R_+^2 - R_-^2}{\lambda} \right)^2 + \frac{4\pi^2 R_+ R_- (R^2 - R_+^2 - R_-^2)}{\lambda^2}$$

— （中華人民共和國）全國人民代表大會常務委員會



(३८)

$\therefore \text{त्रिभुज एवं } = \frac{1}{2} \times \text{पर्यायत पृष्ठफल}$

$$= \frac{1}{2} \times \text{पर्यायत पृष्ठफल}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{पर्यायत पृष्ठफल}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{पर्यायत पृष्ठफल}$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{प्राधार} \times \text{लंब})$$

नियम—त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{प्राधार} \times \text{लंब}$

नियम—लंब = $\frac{2}{\text{क्षेत्रफल}} \times \text{प्राधार}$

नियम—प्राधार = $\frac{2 \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{लंब}}$

उदाहरण १—किसी एक त्रिभुज का प्राधार २० वै और उसका लंब ३९.६ जरीय है तो उसका क्षेत्रफल निकालें।

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 20 \times 39.6 = 396 = 401.24 \text{ वर्ग जरीय}$$

उदाहरण २—किसी एक त्रिभुज का ७ एकड़ है और उसका लंब १७५ गज़।

$$\text{प्राधार} = \frac{2 \times 7 \times 401.24}{175} = 38$$

२८—समत्रिवाहु त्रिभुज

समत्रिवाहु त्रिभुज की ऊचा

इसलिये क्षेत्रफल—

नियम

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{भुज}$$

२५१

R | getD

۱۲۳ - ۵ > ۲ > ۳ > ۱۲

628 551-552-12-12

卷之三十一

$$4y_1 = 4y_2 = 4\theta - 2 + 3$$

ਹੋਰਪਾਲ = 5 > 8 > 4 > 3 = 16 = ਕੁਝ ਸੁਣੋ
 ਦਿਲਾਗੀ - ਬਚਾਵੀ ਰੱਖਿ ਕਿ ਮੁਸਾਵ ਦਾ ਪਾਸ਼ਾ ਹੈ
 ਜੇਹੀ ਭੀ ਪਾ ਦੇਂ ਕਿ ਬਚਾਵ ਕਰ ਦਿਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ।

१५—सामाजिका वीरा करने का समय क्या है ?
जब तक भारतीयों के पास ही समाज अवश्य की जीवन का लकड़ा दिया जा सकता है तो उसका समय संभवतः दो वर्ष तक हो सकता है अगली बात यह है कि एक वर्ष के अन्तर्वास के द्वारा संभवतः वे प्रभाव नहीं हो सकते जो अपने वर्ष के अन्तर्वास के द्वारा संभवतः हो सकते हैं।

બડામીયા માન હો છે કા - ક્રીસ્ટિયન કાંઈ કાંઈ

को बहुत अच्छा विद्या देते हैं एवं इनमें से कोई भी विद्या
का नाम नहीं।

11

卷之三

14

$$U = \{x = a + b$$

14

44-34-3-3

3

112

(४०)

$$= \frac{\{(s+p)^2 - y^2\} \quad \{y^2 - (s-p)^2\}}{4p^2}$$

$$= \frac{(p+y+s)(s+p-y)(y+s-p)(y-s)}{4p^2}$$

इसलिये

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{2p} \sqrt{(p+y+s)(-p+y+s)(p-y+s)(p+y-s)} \\ &= \frac{1}{2p} \sqrt{2 \text{श} \times 2 (श-p) \times 2 (श-y) \times 2 (श-s)} \\ &= \frac{2}{p} \sqrt{\text{श} (श-p) (श-y) (श-s)} \end{aligned}$$

३। त्रिभुज का क्षेत्रफल जब कि तीनों भुज दी गयी हों तो उनका युक्ति २७ से त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} p \times h$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} p \times \frac{2}{p} \sqrt{\text{श} (श-p) (श-y) (श-s)} \\ &= \sqrt{\text{श} (श-p) (श-y) (श-s)} \end{aligned}$$

नियम—तीनों भुजों के जोड़ के आधे में से हर एक में को अलग अलग घटाओ तब आधे जोड़ चैर तीनों शेषों में एक वर्ग गुणा करो तो गुणनफल का वर्गमूल चाहा हुआ क्षेत्रफल प्राप्त होगा।

उदाहरण—उस त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या है जिसके मुख्य कम से २२१, ३४६ चैर ५२५ गज़ हैं?

१५९

8 | Page

۱۲ - ۹۰۰۰

$$688 - 559 = 129 \equiv 12 \pmod{13}$$

$$L_{\text{eff}} = 2\pi R = E_D \approx 5 \approx 15 = 15$$

卷之三

$$\therefore 483 \times 244 > 500 \times 25 = 5^2 \times 2 \times 5^2 \times 5^2 > 5^4$$

$\text{Total capacity} = 5 \times 2 \times 4 \times 3 = 120 \text{ cubic meters}$

टिप्पणी - यसानी हर्दि १५ वर्षाव का प्रोफेशनल
कानूनी में बद्द होते हैं। इनमें बहुत काम होता है।

१८- द्वारा दिया गो इस बाबे के हाथ

जब वे सद्य भूते हैं एवं तो समाज अवाद की तरफ आकर्षित होता है। ऐसे सद्य समाज अवादी ने बुलाए हैं कि उनकी विरोधी विचारों का विवरण देना चाहिए।

દોડિયા- જાત હોય કરી છે. એવી જાતે નથી કેન્દ્ર
મંત્રીની પ્રાણી વિષાધાર જાતે ?

De oorsprong van de gedachte is niet
bekend.

11

48-1224-003 3 3

14

卷之三

17

11-19-2020

4

$$t_1 = t_2 = 0$$

$$\therefore 21 \times 8 \times 7 \times 6 = 2^3 \times 2^3 \times 3^2 \times 7^2 \\ \text{इसलिये क्षेत्रफल} = 200^2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 33600$$

सातवां अभ्यास

१—नीचे लिखे हुए विभुजों का क्षेत्रफल निकालो।

(१) अ = ४ फौट	ब = १३ फौट	स = १५ फौट
(२) अ = ३९ गज	ब = ६२ गज	स = ८५ गज
(३) अ = ४०९ कड़ो	ब = १६९ कड़ो	स = ५१० कड़ो
(४) अ = २७१ फौट	ब = ४८ गज	स = २२१ फौट
(५) अ = ३१४० फौट	ब = १३६५ फौट	स = २१२५ फौट
(६) अ = ४८५० कड़ो	ब = १८८२०० कड़ो	स = १९१०७० कड़ो

२—नीचे दिए हुए विभुजों का क्षेत्रफल दर्शामलव के सामने तक ठोक ठोक निकालो।

(१) अ = ४	ब = ५	स = ७
(२) अ = १४	ब = २५	स = ३१
(३) अ = ३०	ब = ६७	स = १३
(४) अ = १४१	ब = २९४	स = ३७१

३—अपालोनियस के प्रमेयें।

परिभाषा—किसी विभुज के एक कोण से एक खाँड़ी रेखा सामने के भुज के मध्यविन्दु तक विभुज का मिहिर कहलाता है।

प्रमेय १—किसी विभुज में किसी दो भुजों पर के घाँट योग बराबर है तो सरे भुज के घाँटे पर के दूने घाँट योग मिहियन पर के दूने घाँटों के जौ कि तीसरी भुज का दो घाँट हिस्सों में विभाग करता है।

कल्पना करो कि अब स एक त्रिभुज है और अम मिडियन
स को दो समान हिस्सों में

सकल ११

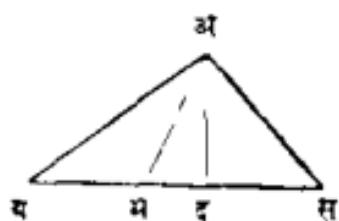
कासोन बरता है तो अब $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} \text{ अ } \text{म}^2 + \frac{1}{2} \text{ अ } \text{म}^2$

द लघु वस पर खोचा

(अ $\text{म}^2 = \text{अ } \text{म}^2 + \text{अ } \text{म}^2 + 2 \text{ अ } \text{म} \times \text{म } \text{द}$

देखायित २१२)



पैर अ $\text{म}^2 = \text{म } \text{म}^2 + \text{अ } \text{म}^2 - 2 \text{ म } \text{म } \times \text{म } \text{द}$

इसलिये जोड़ने स पृष्ठ का अ म = म म

हम पाते हैं कि अ $\text{म}^2 + \text{अ } \text{स}^2 = \frac{1}{2} \text{ अ } \text{म}^2 + \frac{1}{2} \text{ अ } \text{म}^2$

ऊपर के सवाल में त्रिभुज को बिंदुओं पर बोर्ड मिडियन
से विचार सकते हैं जब उक्त तीनों भुजायें दी दूर हैं।

उदाहरण—परमा = १४, अ = १५, स = १३ तो अ म
त्रिभुज करो।

$$\text{यहाँ अ म} = \text{रघ} = ७$$

$$\therefore १४^2 + १३^2 = २ \times ७^2 + २ \times \text{अ } \text{म}^2$$

$$\text{या } २ \text{ अ } \text{म}^2 = १९६ + २२९ - १८८ = २१८$$

$$\text{इसलिये अ } \text{म} = \sqrt{१८८} = \underline{\underline{१४}} \text{ निकट}$$

प्रमेय २—यदि एक त्रिभुज का आधार अ, अ, दिस्तु पर
यमाग किया जाय तरह कि अ \times अ म = अ \times अ स तो
 $(\text{अ } \text{म})^2 + (\text{अ } \text{म}) \times (\text{अ } \text{म}) = \text{अ } \text{म}^2 + \text{अ } \text{म} \times (\text{अ } \text{म}) + (\text{अ } \text{म}) \times (\text{अ } \text{म})$

ऊपर के सवाल में मान दो कि अ $\text{म} = \text{स} - \text{म } \text{म } \text{उक्तों$
नियम के बताने से हमें मिलता है कि $\text{अ } \text{म}^2 = \text{स } \text{म}^2 + \text{अ } \text{म}^2 + 2$
 $(\text{अ } \text{म }) \times \text{म } \text{म } \text{के दोनों तरफ गुण देने से}$

$$\text{अ } \text{म}^2 = \text{स } \text{म}^2 + \text{अ } \text{म}^2 + 2 \times \text{अ } \text{म} \times \text{म } \text{म}$$

$$\text{इसी लौर पर स } \text{म} \text{म } \text{क}^2 = \text{स } \text{म}^2 + \text{स } \text{म } \text{म } \text{क}^2 - 2 \times \text{स } \text{म} \text{म } \text{क} \times \text{अ } \text{म}$$

चूंकि $15\% = 225$ चौरा $7\% + 10\% = 14\%, 15\% > 14\%$

इसलिये 15% के सामने का कोन अधिक कोन है।

उदाहरण २—नीचेलिये हुए श्रिभुजों को यथार्थगत न्यूनकोन, अधिककोन में रखें—

- | | | |
|----------------|----------------|--------|
| (१) १३, १४, १५ | (२) १०, ३५, ३९ | (३) ७, |
| (४) ६१, ७२, ९७ | (५) १३, १५, १८ | |
-

आठवां अभ्यास

१—एक समविवाह श्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो जिसका भुज 250 फ़ीट है।

२—एक श्रिभुज का क्षेत्रफल यताघो जिसका प्राधार फ़ीट 4 इक्के चौरा लम्बा फ़ीट 9 इक्के है।

३—श्रिभुजाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालो जिसके $200, 300$ चौरा 800 जरोय हैं।

४—एक श्रिभुजाकार क्षेत्र के एक भुज की लंबाई 15% है चौरा इस भुज पर लंब सामने के कोन से 84 गज़ है तो क्षेत्रफल निकालो।

५—एक समविवाह श्रिभुज का क्षेत्रफल क्या है, जिसका प्राधार 16 फ़ीट चौरा प्रत्येक बरायर भुज 15 फ़ीट है।

६—एक श्रिभुज का क्षेत्रफल 6480 घर्ग फ़ीट है तो प्राधार 380 गज़ है तो उचाई क्या है?

७—एक श्रिकोण खेत में पहाड़ को संतुष्टा यताघो, जिसका भुज $3800, 6300$ चौरा 7500 बड़ी हैं।

८—एक समविवाह श्रिभुज की परिमिति 72 फ़ीट है रक्षा दरयाज़ करो।

९—एक खाने के श्रिकोण खेत की तीनों भुज प्राव में 30° दसरे खाटने का क्षय बताएँ।

१०—एक विक्रेता भनाज के क्षेत्र को जिसका पाठ्यार ३०९ फीट है २ माने फुट यर्ग मज़्ज़ के द्विसाथ से बेचे जाने पर ७८५ रुपू ८ माना घसूल हुए तो विभुज को उचाई बतायो ।

११—एक समद्वियाहु विभुज को प्रत्येक परावर भुज ५६९ गज़ है और सिरे से लंब तीसरे भुज पर ५२० गज़ है तो विभुज का क्षेत्रफल निकालो ।

१२—एक समवियाहु विभुज का लंब १०० फीट है तो क्षेत्रफल निकालो ।

१३—यदि एक समवियाहु विभुज के लंब के स्थान में कहा तो सिद्ध करो कि रक्कादा $\frac{1}{3}$ है ।

१४—एक विभुज के जिसके भुज दाम से ४५, ८५ और १०४ फीट हैं ऐसी परिमिति के समवियाहु विभुज के क्षेत्रफलों में चंतर पतायो ।

१५—एक समद्वियाहु विभुज का हेत्रफल १३३९८० यर्ग फीट है और सिरे से पाठ्यार पर लंब ४५५ फीट है तो विभुज के भुजों को निकालो ।

१६—यह स विभुज की भुजाएं १ स, २ और ४ स द्वाम से ३८ और ६५ और ८७ फीट हैं । १ से लंब जो दिएक दिनु १ स में है १ अ भ भुज पर १० फीट है तो १ से १ अ पर लंब को लंबार निकालो ।

१७—यह स विभुजमें १ स = १३, १ अ = १४ और ४ स = १५, विभुज के भोतर १ एक दिनु है और १ अ १४ और ४ स १५, १ से १ अ १४ और ४ स १५ पर लंब है, एगर १४ = ३ और १५ = ४ हो तो १ अ बी दर्दार बरो ।

१८—एक समवियाहु विभुज का भुज निकालो जिसका सेत्रफल ५ एकड़ है, इसका फीट में जारी हो ।

१९—एक त्रिकोण क्षेत्र ३६३ गज़ लंबा थौर २४० फूट है। यह में ३६ पौंड सालाने की चामदनी ऐदा करे तो फौट किस दिसाव से सैजा गया।

२०—एक जगह में जहाँ ४० पैन्ड एकड़ के दिसाव से उसे मिलती है ३०० पैन्ड का एक त्रिकोण क्षेत्र खरीदा गया तिने एक भुज ३०२ गज़ १ फुट ६ इंच माप में ठहरो तो इस किसी को उचाई गज़ में निकालो।

२१—एक त्रिभुज के भुज ३४० थो ६५ थो २९७ फूट है। यह घर्ग पर्च (पोल) में क्षेत्रफल बताओ।

२२—एक त्रिकोण क्षेत्र फौट एकड़ ५ पैन्ड ११ गिर ६ इंच के दिसाव से १२ पैन्ड पर सैजा गया है, एक भुज ७३८ फूट है, इस भुज पर का लंब सामने के कोण से सव से नज़दीकी कही तक निकालो।

२३—एक त्रिकोण क्षेत्र के भुज २६००, ३१५० थौर रहे फूट हैं तो एकड़ में रक्खा निकालो।

२४—एक त्रिभुज के भुज १०२ थो १०४ थो १०६ फूट हैं। यह जरीव थो कड़ी में जधाव निकालो।

२५—एक त्रिभुज के भुज १३, १४, १५ फूट हैं तो सारी करो कि इसके विलक्षण कोन न्यून हैं थौर सामने के कोण १४ फूट के भुज पर का लंब निकालो।

२६—एक त्रिभुज के भुज १२००, १४५०, १६५० फूट हैं। यह गज़ में क्षेत्रफल निकालो।

२७—एक त्रिकोण थोक का एक भुज ९८ फूट है थौर रहे य से उस पर का लंब ६३ फूट है तो फौट घर्ग गज़ ३ घाने० पाई के दिसाव से उस पर पत्थर की दर्ता में कितना पर्च पड़ेगा।

२८—एक समद्वियांत्र त्रिभुज के शक्ति के चांगन में पर्याप्त विद्याने में ४ घाना फौट के दिसाव से १५०

वे पड़ता है भगर आधार ४० गज़ लंबा हो तो दूर एक ग्राम भुज को लंबाई निकालो ।

३१—एक समद्विपादु श्रिभुज में कंकड़ पिटाने में फो घर्गफुट आने के हिसाब से उतना ख़र्च लगता है जितना उसके घेरने की गज़ ७ या ८ आने के हिसाब से ख़र्च होता है तो श्रिभुज १ भुज निकालो ।

३०—एक पर्ग छोड़ी भुज निकालो जो कि दो ग्रामपाल में एक ग्राम के हो ग्रामपाल के जिसकी भुज १५२०, १७००, पीर २८९० फीट है दरादर होगा ।

३१—एक समद्विपादु श्रिभुज का दो ग्रामपाल निकालो जिसका आधार २०४० फोट पीर दूर एक दरादर भुज ५१५१ फीट है ।

३२—एक समद्विपादु श्रिभुज का दो ग्रामपाल निकालो जिसका आधार २९६५ फोट है पीर दूर एक दरादर भुज १३२ फीट है ।

३३—एक समद्विपादु श्रिभुज के दूर एक दरादर भुज ५९३ गज़ है पीर सिरे के बोन से आधार पर खोला हुआ लम्ब ८० गज़ है तो श्रिभुज का दो ग्रामपाल निकालो ।

३४—एक समद्विपादु श्रिभुज का दो ग्रामपाल ३१२० पर्ग फोट है पीर सिरे के बोन से आधार पर खोला हुआ लम्ब ८० फोट है तो श्रिभुज के सब भुजों को निकालो ।

३५—एक श्रिभुज के जिसके भुज कम से ५२०, ७३० पीर, ७५० फोट हैं पीर उसी परिमिति के समद्विपादु श्रिभुज के दो ख़फलों में अन्तर आयो ।

३६—एक श्रिभुज का दो ग्रामपाल २१५८.७५ दर्ग फोट है पीर उसको उन्हाँदा है १२६ फोट २१६ फीट है तो आधार कम है ।

३७—तीये दिन हुए श्रिभुजों को दरादर दण्डिल बोन, सबै बोन पीर मूल बोन में रखयो ।

(१) ३०१, ९१०, ९१	(२) ८, १२३, १२५
(३) ११६, १११, २२६	(४) १५७, ११६, ११४
(५) २१५, ५३२, ६५२	(६) १६, ११, १५

१९—एक विक्रीय क्षेत्र ३६३ गज़ लंबा घैर २४० फूट में ३६ पौंड सालाने को घामदनी पैदा करता हो किस दिसाव से सौजा गया ।

२०—एक जगह में जहाँ ४० पौंड पकड़ के हिसाब से मिलती है ३०० पौंड का एक विक्रीय क्षेत्र खारीदा गया ति एक भुज ३०२ गज़ १ फुट ६ इंच माप में ठहरो तो इस की उंचाई गज़ में निकालो ।

२१—एक विभुज के भुज ३४० थो ६५ थो २९७ फ़्रीट घर्ग पर्च (पोल) में क्षेत्रफल यताओ ।

२२—एक विक्रीय क्षेत्र फूट पकड़ ५ पौंड ११ शिं ६ रुपये के हिसाब से १२ पौंड पर सौजा गया है, एक भुज ७३८ फूट है, इस भुज पर का लंब सामने के कोण से सब से नज़दीक कहाँ तक निकालो ।

२३—एक विक्रीय क्षेत्र के भुज २६००, ३१५० घैर ८५ फ़्रीट हैं तो पकड़ में रखा निकालो ।

२४—एक विभुज के भुज १०२ थो १०४ थो १०६ फ़्रीट हैं घर्ग जरीव थो कहाँ में जयाय निकालो ।

२५—एक विभुज के भुज १३, १४, १५ फ़्रीट हैं तो सार्वत्र करो कि इसके विलकुल कोन न्यून है घैर सामने के कोट है १४ फ़्रीट के भुज पर का लंब निकालो ।

२६—एक विभुज के भुज १२००, १४१०, १६५० फ़्रीट हैं घर्ग गज़ में क्षेत्रफल निकालो ।

२७—एक विक्रीय धीक का पक्ष भुज १८ फ़्रीट है घैर सामने के दोष से उस पर का लंब ६३ फ़्रीट है तो फूट घर्ग गज़ दो दरमप ३ घाने० पार्ट के दिसाव से दस पर पत्थर को पहिल विद्याने में किनता दूर्यं पड़ेगा ।

२८—एक समठियाडु विभुज के दाढ़ल के धांगन में पहिल पटिया विद्याने में ४ घाना फूट घर्ग तुट के दिसाव से ०.४३ दू

प्रचं पड़ता है घगर आधार ४० गज़ लंबा होता है तो हर एक बरादर भुज की लंबाई निकालो ।

३१—एक समद्विवाहु श्रिभुज में कंकड़ पिटाने में फ़ौ घर्गङ्गुट इ घाने के द्विसाय से उतना रुच लगता है जितना उसके घेरने में फ़ौ ग़ज़ ७ रु ८ घाने के द्विसाय से ख़र्च होता है तो श्रिभुज की भुज निकालो ।

३०—एक घर्ग की भुज निकालो जो कि हरे प्रफल में एक श्रिभुज के हरे प्रफल के जिसकी भुज १५३०, १७००, पौर २८९० फ़ीट है दरादर होगा ।

३१—एक समद्विवाहु श्रिभुज का हरे प्रफल निकालो जिसका आधार २०४० फ़ीट पौर हर एक बरादर भुज ५१५१ फ़ीट है ।

३२—एक समद्विवाहु श्रिभुज का हरे प्रफल निकालो जिसका आधार २९६५ फ़ीट है पौर हर एक बरादर भुज १३१ फ़ीट है ।

३३—एक समद्विवाहु श्रिभुज के हर एक बरादर भुज ५१३ ग़ज़ हैं पौर दिरे के बोन से आधार पर लम्ब ३८८ ग़ज़ है तो श्रिभुज का हरे प्रफल निकालो ।

३४—एक समद्विवाहु श्रिभुज का हरे प्रफल ३१२० घर्ग फ़ीट है पौर सिरे के बोन से आधार पर खोचा हुआ लम्ब ८० फ़ीट है तो श्रिभुज के सब भुजों को निकालो ।

३५—एक श्रिभुज के जिसके भुज मात्र से ५२०, ७३० पौर ७१० फ़ीट हैं पौर उसी पर्टिमिति के समद्विवाहु श्रिभुज के हरे प्रफलों में अन्तर बताओ ।

३६—एक श्रिभुज का हरे प्रफल २१५८८.७५ घर्ग फ़ीट है पौर उसको उंचाई १२६ फ़ीट है तो आधार बरा है ।

३७—जो ऐ दिए हुए श्रिभुजों को आधार रुच दिए होन, सब कोन पौर स्थूनरोग में रखो ।

- | | |
|-------------------|-------------------|
| (१) २०१, १००, १०१ | (२) ८, १२२, १२५ |
| (३) ११६, १११, २२५ | (४) १५७, १५८, १८४ |
| (५) ३१५, ५३२, ६५३ | (१) ३६, ११, १५ |

३८—त्रिभुज के तीनों मिडियन की लंबाई बताये दिए
भुजाएं क्रम से २०, ५१ वा ६५ फ़ीट हैं ।

३९—एक त्रिभुज के तीनों भुज २५, १०१ वा ११४ हैं, तब
हिस्सों को निकालो जिनमें सामने के कोण से गिराया
लम्ब सब से बड़ी भुजा को विभाग करता है ।

४०—एक त्रिकोण क्षेत्र के भुज क्रम से २१७, ४०४ वा ५१५
फ़ीट हैं, तब एक कोन से सामने के भुज तक सब से कम हैं
को निकालो ।

४१—उस त्रिभुज के भुजों के मध्य विन्दुओं के जोड़े
यने हुए त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो जिसके भुज क्रम से
९९ वा १०० फ़ीट हैं ।

४२—एक वर्ग का भुज १२५ फ़ीट है, एक विन्दु वा
भीतर लिया गया है जो कि किसी भुज को सीमा से क्रम से
फ़ीट वा ११७ फ़ीट के दूरी पर है, वर्ग के चारों कोनों तक
विन्दु के जोड़ने से यने हुए चारों त्रिभुजों का क्षेत्रफल निश्चाल

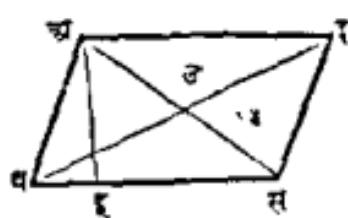
चौथा प्रकरण

समानान्तर चतुर्भुज ।

३६—गुण—(१) समानान्तर चतुर्भुज के सामने के भुज
कोन घरायर देते हैं, (२) कर्ण उसे देता त्रिभुजों में वि-
करता है जिनके क्षेत्रफल घरायर देते हैं, (३) कर्ण
दूरे को घरायर देता भाग करते हैं ।

कल्पना करो कि अब सदृश एक समानान्तर चतुर्भुज
दर्शय एक दूसरे को उपर्युक्त पर देता समान भाग
जो वस्तु पर अद्वितीय छोचा ।

फूज़ करो कि
 य स = द अ = अ
 अ व = व द = स
 अ स = य, अ द = द
 अ इ = इ



३७—समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल—

योहि कर्ण अ स समानान्तर चतुर्भुज अ व स द को बराबर त्रिभुजों अ व स द पैर अ स द में विभाग करता है।

$$\begin{aligned} \text{अ व स द का क्षेत्रफल} &= 2 \times \text{अ व स त्रिभुज का क्षेत्रफल} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times \text{व स} \times \text{अ द} \\ &= \text{व स} \times \text{अ द} = \text{भ इ} \end{aligned}$$

नियम—

समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार \times लम्ब ।

नियमण— इस तरह पर एम समानान्तर चतुर्भुज के क्षेत्रफल को निकाल सकते हैं यहार एम को एक भुज पैर उस पर सामने हो भुज में से दिसो एक विन्दु से लम्ब दिए हों। दूसरी घटस्था ये हैं जिनमें एम उसी तीर पर समानान्तर चतुर्भुज का शेषफल तहन से निकाल सकते हैं। मानदो कि घटस्था यह है जिसमें दो घासप भुजाएं पैर वर्त्त दिए हुए हैं। यहां पर एम युक्त ऐसे एक त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालते हैं, दोर कल को दूना कर देते हैं। इस प्रकार से शेषफल ऐसे में पदि एम को इ. व. व. स. पैर तीर से या लम्ब हि से एम ए. व. स. त्रिभुज का क्षेत्रफल जान सकते हैं पैर समानान्तर चतुर्भुज के क्षेत्रफल को जानने के लिये इस शेषफल को दूना कर देते हैं। फिर एक एम को दो खर्च ए. व. स. पैर ए. व. व. दोर एक भुज छोड़ देते हैं ए. व. व. दिए हों तो एम ए. व. स. पैर का क्षेत्रफल निकाल सकते हैं।

पर्योक्त अ उ - ₹ अ स, अ उ = ₹ प द
मद अ व उ विभुज के तीनों भुजों को हम जा

इसलिये उसके क्षेत्रफल को निकाल सकते हैं और
चतुर्भुज का क्षेत्रफल अ व उ के क्षेत्रफल से घटाय

उदाहरण १ — शकल १३ में अ स = ७२६ फ़ौट;
फ़ौट, तो अ व स द का क्षेत्रफल निकालो।
$$\text{क्षेत्रफल} = ७२६ \times २५ = \underline{\underline{1८१५०}} \text{ वर्गफौट}$$

उदाहरण २ — शकल १३ में अ व = ३४, अ स =
प द = ७५, तो अ व स द का रक्खा निकालो।

अब विभुज अ व द में अ व = ३४, प द = ७५ चौराद।
$$\therefore \text{अ व द का रक्खा} = १०२० \text{ (युक्ति } ३१\text{)}$$

इस लिये रक्खा अ व स द = २ × १०२० = २०४०

उदाहरण ३ — शकल १३ में अ स = ५०, प द = ५
अ स = ३६, तो अ व स द का क्षेत्रफल निकालो।

यहाँ अ उ स विभुज में अ उ = २९, स उ = २५, चौराद।
$$\therefore \text{अ उ स का क्षेत्रफल} = ३६० \text{ [युक्ति } ३१\text{]}$$

इसलिये अ व स द का क्षेत्रफल = ४ × ३६० = १४४०

नौवां अभ्यास

१—एक समानान्तर चतुर्भुज का एक सुज ५२५ फ़ौट
समान के दूर से लम्ब २२५ फ़ौट दे तो वर्ग गज़ में क्षेत्र
होंगा करो।

समानान्तर चतुर्भुज जिसके भुजों की लम्बाई
है चौराद उसका क्षेत्र २५ फ़ौट लम्बा है, तो दूर
वर्ताप्ति।

१६—एक समानान्तर चतुर्भुज के आसन्न भुज १२० फ़ीट १८० फ़ीट हैं और उसका क्षेत्रफल उसी परिभ्रमित के घर्गे त्रिक्षेत्रफल का आधा है तो समानान्तर चतुर्भुज के दो लंबों शतांशों ।

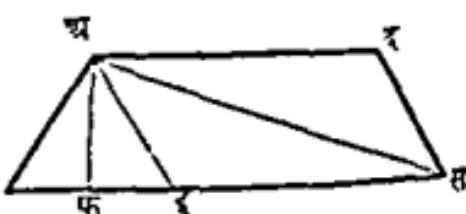
पाचवाँ प्रकरण

समलंब

३८—परिभ्रमा—समलंब के ४ भुज चौर के यल आमते ने के दो भुज समानान्तर होते हैं ।

शकल १४

कल्पना करो कि स एक समलंब है जो भुजाएँ व सभी दो अन्तर हैं औ स मिलाओ तो स एक समानान्तर भुजों की चौर अ से व स पर अ फ़ लंब होता ।



अब अ व स एक समलंब का क्षेत्रफल

$$= \text{अ } v \text{ स शिभुज का क्षेत्रफल} + \text{अ स एक शिभुज का क्षेत्रफल} \\ = \frac{1}{2} \text{ व स} \times \text{अ } F + \frac{1}{2} \text{अ } S \times \text{अ } F \quad (\text{चूंकि अ फ़ दोनों शिभुजों का लंब है})$$

$$= \frac{1}{2} (\text{व स} + \text{अ } S) \times \text{अ } F$$

नियम—समलंब का क्षेत्रफल = समानान्तर भुजों रोग के आधे को उनके बीच के लम्बरूप दूरी से गा करने से ।

३९—अ व, अ स, स द पैर द अ की लम्बाई दो इर्ट है, अ फ
लम्बाई निकालना है जो कि समानान्तर भुजों के मध्य लम्ब
री है।

मान लो कि व स = अ, स द = अ, द अ = स पैर अ व = द
तो अ द = अ, व द = अ—स

मानलो कि २ क = अ व + व द + द अ = द + अ—स + व;
यद्युक्ति ३० से अ फ

$$= \frac{3}{\sqrt{v d}} \sqrt{k (k - \alpha v) (k - \alpha d) (k - \beta d)}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{\alpha - \beta}} \sqrt{k (k - \alpha) (k - \beta + s) (k - \beta)}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{\alpha - \beta}} \sqrt{\frac{(s + \beta - \alpha + d)}{2} \frac{(s + \beta - \alpha - d)}{2} \frac{(s + \alpha + d - \beta)}{2} \frac{(\alpha - \beta - \alpha + d)}{2}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{\alpha - \beta}} \sqrt{(\alpha + \beta - \alpha + d)(\alpha + \beta - \alpha - d)(-\alpha + \beta + \alpha + d)(\alpha - \beta - \alpha + d)}$$

इसलिये समलम्ब का क्षेत्रफल

$$= \frac{3}{\sqrt{\alpha - \beta}} (s \alpha + s \beta)$$

$$= \frac{3}{\sqrt{\alpha - \beta}} \sqrt{(-\alpha + \beta + \alpha + d)(\alpha - \beta - \alpha + d)(\alpha + \beta - \alpha + d)(\alpha + \beta - \alpha - d)}$$

इस प्रकार से हम समलम्ब का क्षेत्रफल निकाल सकते हैं
जब कि हमको चारों भुज दिए हों।

निस्पत्ता— यदि $s = 0$ हो तो हमको एक त्रिभुज का क्षेत्र-
फल मिलता है—क्योंकि इस परिस्थि में अ द लुप्त हो जाता है पैर
अ धो द मिल जाते हैं तो यह समलम्ब त्रिभुज हो जाता है।

उदाहरण— १—एक समलम्ब का क्षेत्रफल निकालो जिसको
समानान्तर भुजाएँ ३५ फूट पैर २५ फूट हैं पैर उनमें लम्ब रूप
दूरी २८ फूट है।

$$\text{क्षेत्रफल} = 2 (35 + 25) \times 28 = \underline{840} \text{ घर्ग फूट} !$$

१६—एक समानान्तर चतुर्भुज के आसपास भुज १२० फौट
चैर १८० फौट हैं चैर उसका क्षेत्रफल उसी परिमिति के बर्ग
के क्षेत्रफल का आधा है तो समानान्तर चतुर्भुज के दो लंबों
को यताघो ।

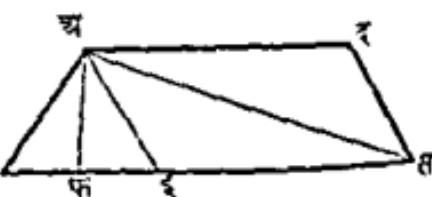
पाचवां प्रकरण

समलंब

३८—परिभाषा—समलंब के ४ भुज चैर के बिल आमने
रामने के दो भुज समानान्तर होते हैं ।

शकल १४

कल्पना करो कि
अ व द एक समलंब है
इसकी भुजाएँ अ व द अ
मानान्तर हैं अ स मिलाओ अ व
से उद के समानान्तर अ द
अचो चैर अ से व स पर अ फ लंघ द्वालो ।



अब अ व द समलंब का क्षेत्रफल

$$= \text{अ व स शिभुज का क्षेत्रफल} + \text{अ द स शिभुज का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{2} \text{व स} \times \text{अ फ} + \frac{1}{2} \text{अ द} \times \text{अ फ} \quad (\text{चूंकि अ फ दोनों शिभुजों का लंघ है})$$

$$= \frac{1}{2} (\text{व स} + \text{अ द}) \times \text{अ फ}$$

नियम—समलंब का क्षेत्रफल = समानान्तर भुजों
योग के आधे को उनके बीच के लम्बवृत्त दूरी से
गा करने से ।

३९—अ व, व स, स द पैर ए अ जी लम्बाई दो इहीं, अ न
लम्बाई तिकालता है जो कि समानांतर भुजों के मध्य लम्ब
ही है।

मान लें कि व स = अ, स द = ए, ए अ = स पैर अ व = द
तो अ ए = अ, ए ए = अ—स

मानलो कि २ क = अ व + ए ए + ए अ = ए + अ—ए + ए,
व भुजि १० से अ पा

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{k(k-\alpha)(k-\beta)(k-\gamma)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{k(k-\alpha)(k-\beta+\alpha)(k-\beta)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{(k+\alpha-\beta+\gamma)}{4} (\alpha+\beta-\gamma) \cdot \frac{(\alpha+\beta+\gamma-\delta)}{4} (\alpha-\beta+\gamma-\delta)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(k+\alpha-\beta+\gamma)(\alpha+\beta-\gamma-\delta)(\alpha+\beta+\gamma+\delta)(\alpha-\beta+\gamma-\delta)}$$

इसलिये समलाल का शेषफल

$$= \text{देख पा} (व स + ए ए)$$

$$= \frac{1+\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\alpha+\beta-\gamma+\delta)(\alpha-\beta+\gamma-\delta)(\alpha+\beta+\gamma+\delta)(\alpha-\beta-\gamma-\delta)}$$

इस प्रकार ही इस समलाल का शेषफल तिकाल सहने हैं
जब कि इसको चारों भुज दिए हैं।

निम्नलिखि—दृष्टि स = ० हो तो इसको एक विभुज का होड़-
पाल तिकाल है जबोहि इस व्यवस्था में ४ दुज हो जाता है दृष्टि
ए बो १ विभ जाते हैं दृष्टि समलाल विभुज हो जाता है।

उत्तरस्तु १—दृष्टि विभुज हो जाता है दृष्टि समलाल विभुज हो जाता है।

उदाहरण २— एक समलम्ब की भुजाएं २७ चैर ४१ पू हैं और दूसरे भुज १३ चैर १५ फ़ोट तो क्षेत्रफल यताघो ।
 यहाँ अ = ४१, व = १५, स = २७, द = १३
 क्षेत्रफल के ऊपर की विधि में इसको स्थापित करने से ।
 पाते हैं कि—

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \frac{41 + 27}{41 - 27} \sqrt{(-41 + 15 + 27 + 13)}$$

$$(41 - 15 - 27 + 13)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{48}{14} \times \sqrt{14 \times 12 \times 82 \times 16}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{48}{14} \times 14 \times 3 \times 8 = 408 \text{ वर्ग फ़ोट} ।$$

दूसरी रीति— शकल १४ में व स = ४१, अ द = २७,

∴ व इ = १४ वो अ व = १३, अ इ = १५

इसलिये यू व इ त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= ८४ \text{ वर्ग फ़ोट} (\text{युकि } ३०) \text{ चैर अ फ} = \frac{2 \times ८४}{१४} = १२$$

∴ अ इ स द समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= इ स \times अ फ = २७ \times १२ = ३२४$$

इन क्षेत्रफलों को जोड़ देने से अ व स द का क्षेत्रफल = ८४ + ३२४

$$= 408 \text{ वर्ग फ़ोट} ।$$

टिप्पणी— शकल १४ में यह देखा जा कि अ व चैर अ स के मध्य विन्दुओं को जोड़ती है व स के समानान्तर चैर व स को याघो है चैर उसी तौर पर यह देखा जा अ स चैर द स के मध्य विन्दुओं को जोड़ती है अ द (याने व स) के समानान्तर चैर व द को याघो है, इसलिये यह देखा जा अ व चैर स द के मध्य विन्दुओं को जोड़ती है भ द या व स के समानान्तर चैर भ द चैर व स के याघे योग के बराबर है।

दसवां अभ्यास

१—एक घरुमुज क्षेत्र को दो समानान्तर भुजाएं क्रम से ३१ पैर १३२५ कङड़ी लंबाई में हैं पैर उनके मध्य का लंबरूप सिला ५२४ कङड़ी है तो इसका क्षेत्रफल यताघो ।

२—३१ य० फ़ीट के पकड़ के हिसाय से एक समलंब के शक्ति कीमत निकालो जिसकी समानान्तर भुज ३७१२८ फ़ीट पैर ४२४७२ फ़ीट है पैर उनके मध्य में लंब की दूरी ५६१ फ़ीट है ।

३—एक तम्हते में कितने घर्ग फ़ीट हैं जिसकी लंबाई १६ फ़ीट ८ इंच पैर दोनों किनारों को चौड़ाई २५ फ़ीट पैर २२५ फ़ीट है ।

४—एक समलंब का क्षेत्रफल निकालो जिसकी समानान्तर भुज ४८ पैर ६० फ़ीट हैं पैर दूसरे भुज ५५ पैर १५ फ़ीट हैं ।

५—एक समलंब के समानान्तर भुज ७३४०० पैर १४०४०० फ़ीट हैं पैर दूसरे भुज २५००० पैर ५२००० फ़ीट हैं तो घर्ग तील में रखया निकालो ।

६—एक समलंब का क्षेत्रफल ४७५ घर्ग फ़ीट है पैर दोनों समानान्तर रेखाओं के मध्य में लंब की दूरी १९ फ़ीट है तो दोनों समानान्तर भुजों को निकालो जिनका चंतर ४ फ़ीट है ।

७—एक समलंब का क्षेत्रफल ३२८ पकड़ है पैर दो समानान्तर भुजों का योग २९७ गज़ है तो उनके मध्य की लंब दूरी निकालो ।

८—एक समलंब का क्षेत्रफल निकालो जिसके भुज प्रम से १३ यो ११ यो १५ यो २५ हैं पैर दूसरा चौथे का समानान्तर है ।

९—एक समलंब वा क्षेत्रफल २५५ पकड़ है पैर समानान्तर भुजों का योग १२५० कङड़ी है तो समानान्तर भुजों के मध्य का लम्ब निकालो ।

१०—एक अ प स द समलंब जिसके समानान्तर भुज अ व हैं द स कम से ३७ घैर २३ फ़ोट हैं, त विन्दु से स द रेखा अ व है इ विन्दु तक ऊँची गई है जो समलंब को दो भागों में विभाग करतो हैं तो अ इ की लंबाई यताखो ।

११—अ व स द एक चतुर्भुज शक्ल है, अ व, स द के समानान्तर हैं घैर अ व = व स = द अ = २०५ फ़ोट घैर स द = ५५ फ़ोट तो क्षेत्रफल क्या है ।

१२—एक समलंब के भुज २०४, ३६९, ३२५ घैर ११६ गज़ हैं घैर दूसरा चौथे के समानान्तर है । सिद्ध करो कि पहिले दो से अंतर्गत कोन समकोन है घैर क्षेत्रफल निकालो ।

१३—एक भवान का अंत समलंब के शक्ल का है घैर सामने की दीवार २६ फ़ोट है घैर पीछे को दीवार ३४ फ़ोट ऊँची है घैर दीवारों में फ़ासिला १८ फ़ोट है तो अंत का क्षेत्रफल निकालो ।

१४—एक चतुर्भुज क्षेत्र के दो भुज घरावर घैर दूसरे दो भुज समानान्तर हैं, घरावर भुज प्रत्येक १०० फ़ोट हैं, घैर समानान्तर भुज कम से ६०० घैर ७६० फ़ोट हैं तो रक्खा दर्यांक करो ।

१५—एक समलंब के असमानान्तर भुजों के मध्य विन्दुओं को जोड़ने वाली रेखा ३६७ गज़ है घैर समानान्तर भुजों के मध्य की दूरी २५० गज़ है तो क्षेत्रफल निकालो ।

१६—एक समलंब के समानान्तर भुज कम से ८ घैर १० मिटर हैं घैर उनके मध्य की दूरी ४ मिटर है, लंब चार घरावर दिसें में भाग किया गया है घैर विभाग विन्दुओं से समानान्तर रेखा के समानान्तर भुज के ऊच ऊँची हुई हैं, इस तीर पर ४ पने हुए समलंब के क्षेत्रफल को निकालो ।

चतुर्भुज प्रकरण चतुर्भुज (प्रायः)

४०—चतुर्भुज का क्षेत्रफल निकाला जा सकता है जब कि कोई कर्ण सीर सामने की राशि से उस पर के दो लंब दिप होते हैं।

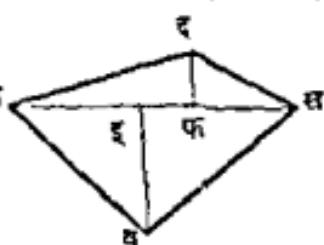
व्ययना करो कि अ व ब स द एक चतुर्भुज है सीर व चौर द से अ स कर्ण पर कम से व इ सीर द के लंब हैं, अब क्षेत्रफल अ व स द = अ व स ग्रिभुज का क्षेत्रफल

शकल १५

$$+ \text{अ स द क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{2} \text{अ स} \times \text{व इ} + \frac{1}{2} \text{अ स} \times \text{द फ} \quad \text{अ}$$

$$= \frac{1}{2} \text{अ स} (\text{व इ} + \text{द फ})$$



नियम—चतुर्भुज का क्षेत्रफल

= कर्ण सीर सामने की राशि से उस

पर के लंबों के योग के गुणनफल का आधा।

अनुमान—जब कि कर्ण प्राप्ति में समकोण घनाते हैं तो यह प्रत्यक्ष है कि क्षेत्रफल कर्णों के गुणनफल के आधे वे घटायर हैं।

४१—यदि चतुर्भुज में भितरी कोण हो। अर्थात् घट गगनाकार हो तो युक्ति ४० में सुधारना अवश्य है क्योंकि एक कर्ण द्वारा शकल के बाहर पड़ता है।

व्ययना करो कि अ व स द एक गगनाकार चतुर्भुज है सीर कर्ण व द द्वारा के बाहर पड़ता है। यिन्दु अ सीर से व द पर कम से अ इधा स फ लंब डालो।

शकल १६

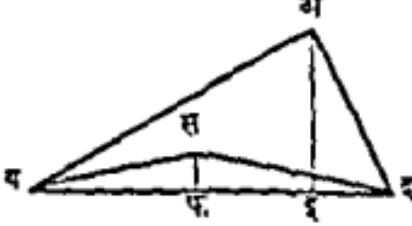
तब क्षेत्रफल अ व स द

= क्षेत्रफल अ व द — क्षेत्रफल

प स द

$$= \frac{1}{2} \text{प द} \times \text{अ इ} - \frac{1}{2} \text{प द} \times \text{स फ}$$

$$= \frac{1}{2} \text{प द} (\text{अ इ} - \text{स फ})$$



ग्यारहवां अभ्यास

१—अब सद एक वाग का क्षेत्रफल नीचे दिए हुए छल (दिए) से निकालो—

भुज अब = ४१०० गज, अद = ८४०० गज, सद = १०४।
वस = ४५०० गज, एक सड़क ८५०० गज लम्बी व से
जाती है।

२—चतुर्भुज का एक कर्ण जो कि शकल के बाहरी पंत
ता है १३५ गज है और सामने के कोणों से उसपर लम्ब
अंतर २५ गज है तो क्षेत्रफल निकालो।

३—चतुर्भुज का एक कर्ण ६४० गज है और सामने के दोनों
लम्ब २६६ और १३४ गज हैं तो क्षेत्रफल निकालो; (१) प
त बार कि कर्ण भीतर है, (२) यद मान कर कि कर्ण शुरू
बाहर है।

४—एक चतुर्भुज का क्षेत्रफल १० एकड़ २ रुड है और
मने के कोनों से कर्ण पर के लम्बों का योग १५४ गज हैं
निकालो।

५—एक चतुर्भुज का क्षेत्रफल १२ एकड़ २ रुड २५ पोल
कर्ण २५ जरीय है तो सामने के दोनों कोणों से इस क
र्ण के लम्बों का योग दर्यापूर करो।

६—एक चतुर्भुज में किनते यर्ग गज शामिल हैं जब कि उ
नकर्ण ६० गज और उस पर के लम्ब १२·६ और ११
गज हैं।

७—एक चतुर्भुज खीक में किनते यर्ग गज पत्थर की पट्टी
जिसका कर्ण ५४ फूट है और सामने के कोणों से उसके
लम्ब क्रम से २५ और १७ फूट हैं।

८—प्र व स इ थेत का एकला बतायो; प्र व=१२० गज़,
इ=२५० गज़, स इ=१०० गज़, इ अ=१० गज़ और बचे
ह =१७० गज़ ।

९—एक चतुर्भुज का लम्बापल वर्ग हि जिसके दर्श एवं
सर्वे के साथ समझाय दगाते हि ऐसा माप में लम्ब से १०० फीट
१५ फूट हि ।

१०—सीधे दिए हुए वल्लभा से प्र व स चतुर्भुज का लेख
कर जिसाहि—

प्र व=२११, स इ=१२१, इ अ=१५५, इ व=११९, अ व=११८
ग और व वर्ग के राश काम से ११९ फीट ११८। लद्दाखा
क हुए वल्लभा इस ग्रन्थ में लगाया हि ।

११—एक चतुर्भुज लेख का लम्बापल वर्ग होगा
लम्ब अव=११७, वाइ=४५३, और वर्ग व व=४५८ फौट,
इ अव व और इ से लम्ब काम से ८ फीट २ फैलुया हो वहाँ स
लगाये हि जिस से विवर=१०४ फीट ८.८ - १०७ फौट दोहरा
कर, अव से बढ़ाये हि ।

१२—एक चतुर्भुज लेख का इव वर्ग=१३५ वर्गों हि दो
लाखों हि लेखों से लाखर से ११११५ फीट ७५ वर्गों हि लं
डामों वर्ग इतीह लेख हि लगायें ।

१३—१२१६ लाख का लम्बापल लोकोंद्वारा हुए वल्लभा से
लगायें ।—

१४—१५, १६, १७, १८ = १५, १९ = ५१, लोकों
द्वारा १५।

१५—एक चतुर्भुज लेख का इव वर्ग=१११, ११११५
वर्गों हि लेकर लोकोंद्वारा लोक लगायें । लोक
लगायें ।

बारहवां अभ्यास

१—अब सदृश एक पञ्चभुजक्षेत्र है, नीचे के निर्दिष्ट सेव का क्षेत्रफल एकड़ में निकालो—

व इ = १२५ जरीव, स इ = १३६ जरीव, अ और स से व इ के लंब क्रम से भृत और २९ जरीव हैं और इ से स इ पर का है २१ जरीव है।

२—अब सदृश का क्षेत्रफल नीचे दिए हुए निर्दिष्ट घटाओ—

अ द = २५० जरीव व प, स उ और इ र, भुज अ द पर लंब और व प = ११०, स उ = ९५, और इ र = २४ जरीव, अ प = १०, और इ उ = ३९ जरीव।

३—म व सदृश एक पञ्चभुज है और अ, व और स समान हैं, अगर अ व = ७५ फ़ीट, व स = ६८ फ़ीट, त द = ४० फ़ीट अ इ = ५६ फ़ीट, तो उस शकल का क्षेत्रफल और इ व लंबाई निकालो।

४—एक चतुर्भुज खेत का एक भुज २५० गज़ है और सामान के कोनों से लंब १३५ और १२५ गज़ हैं, पहिले लंब का भाग द्वारा हुए भुज के सब के नज़दीक के सिरे से २४ गज़ है, और दूसरे लंब का भाग द्वारा दूसरे सिरे से ३२ गज़ है तो रक्खा घतलाओ।

५—अब सदृश एक विषमयहुए भुजखेत है और अ अ व थ, द द, इ इ, फ फ, कर्ण सज पर लंब हैं, यदि ज फ = १५ फ़ीट, फ इ = ३५ फ़ीट, इ द = ४८ फ़ीट, स द = १२ फ़ीट, अ थ = २४ फ़ीट, व थ = २५ फ़ीट, फ फ = १८ फ़ीट, इ इ = ४४ फ़ीट, १२ फ़ीट, अ थ = १० फ़ीट, व स = ५४ फ़ीट, तो इसका घताओ।

अब सदृश एक पठभुज क्षेत्र है और अ प, व उ, इ र इ श कर्ण स फ पर लंब हैं, त फ = ७१ फ़ीट, अ प = २३ फ़ीट,

व ड = ३२ फ़ोट, द र = ४२ फ़ोट इ श = ३८फ़ोट, स र = १० फ़ोट, स उ = १२ फ़ोट, फ प = १८ फ़ोट, फ श = १६ फ़ोट, तो इसका क्षेत्रफल यताघो ।

७—अब सदृश्यत के भुज क्रम से दिए हुए हैं, याने अब —
६५ गज्, व स = ११६ गज्, स द = २०४ गज्, द इ = २५२ गज्, पौर इ अ = ७५ गज्, पौर कर्ण व इ = २० गज्, पौर स इ = १२० गज्, तो इस खेत का क्षेत्रफल निकालो ।

८—एक पञ्चभुजक्षेत्र अब सदृश्यत के कर्ण अद को लंघाई ५२४ फ़ोट है पौर इस कर्ण पर के लंब इ प, व ड, स र, कम से २५, ३१३ पौर २६७ फ़ोट है । अ में ये लंब क्रम में ३१०, १२६ पौर ४२५ फ़ोट के बीतर पर उस कर्ण से मिलते हैं तो क्षेत्रफल क्षेत्रफल निकालो ।

९—एक अव सदृश्यत चतुर्भुजक्षेत्र के व द कर्ण पर दो लंब अ म पौर स न जो क्रम से ४९८ कड़ी पौर ६७२ कड़ी हैं योंचे गए हैं, पौर मो व म = ७६, पौर व न = ५१३ कड़ी, पौर संपूर्ण देखा व द १९९ कड़ी है, तो अब सदृश्यत का क्षेत्रफल निकालो । दियलाघो कि यदां कुछ निर्दिष्ट घनर्थक हैं ।

१०—योंचे दिए हुए निर्दिष्ट से अब सदृश्यत पञ्चभुजक्षेत्र का क्षेत्रफल यताघो—

अ व = २१००, व स = ४५००, स द = २२०० द इ = ३४००, अ इ = २४००, पौर कर्ण अ स = ६०००, पौर अ इ = ५००० ।

११—शकल १९ युक्ति ४२ में अब सदृश्यत का रक्खाया क्या है जब कि प घ = १० फ़ोट, इ इ = ८फ़ोट, फ फ = २५ फ़ोट, अ घ = ३० फ़ोट, घ उ = ५ फ़ोट, स घ = ६ फ़ोट, घ इ = २६ फ़ोट, इ इ = १३ फ़ोट, इ फ = २ फ़ोट ।

१२—युक्ति ४२ शकल १८ में अब सदृश्यत का क्षेत्रफल निकालो जब कि स फ = २९ फ़ोट, स घ = ५ फ़ोट, घ घ = १० फ़ोट, घ द = १ फ़ोट, घ इ = २१ फ़ोट, इ फ = ५ फ़ोट, स द = २० फ़ोट, घ घ = ६ फ़ोट, घ द = २६ फ़ोट ।

आठवां प्रकरण

केनों के विषय में

४३—केनों की माप—रेखागणित में कोन का पैमाना मालूम करने के लिये सिर्फ़ समकोन ही लिया गया है चैर उसका फैलाव घटल नहीं सकता (स्वांसिद्ध ११) और घट स्वभाव ही से बहुत सीधा कोन को माप है। इस सब से स्वभाविक पैमाने के सिवाय गणित्कार लोग तीन चैर पैमानों को काम में लाते हैं। हाल के काम में हम अपने को चंश चैर उसके भाग-प्रतिभाग ही से यानों चंश (डिग्री), प्रेड, चैर रेडियन से अपना काम करते हैं।

चंश समकोण का ९० यां द्विसत्ता है चैर चंश का ६० या द्विसत्ता मिनट (पल) चैर मिनट का ६० यां द्विसत्ता सेकंड (विपल) कहलाता है। चंश, पल चैर विपल कम से " " ऐसे चिन्हों से दिखाए जाते हैं, इस तरह से ५९ चंश १८ पल १ विपल ५९" १८' १७" लिखे जाते हैं।

४४—कोन जो कि मिलकर एक समकोन बनाते हैं आपस में कोटि कहलाते हैं चैर हर एक कोन दूसरे का कोटि कोन कहलाता है। इस तरह से ३०° चैर ६०° कोटिकोन है चैर इसी तरह से अ चैर ९०° —अ कोटिकोन कहलाते हैं। यार कोन मिलकर दो समकोन बनावें तो ये चापुस में गूँह हो जाते हैं चैर हर एक दूसरे का अनुकान पूरक कहलाता है। इस तरह से ६०° चैर १२०° पूरककोन है चैर अ चैर १८०° —अ मी पूरक कोन है।

४५—हर एक चिमुज के तीनों कोन मिलकर दो समकोन या १८०° होते हैं चैर न संख्या के मुज पांड बहुभूजशे वे दो न कोन मिलकर २ (न-२) समकोन के या १८० (न-२) चिन्हों के बराबर होते हैं।

इसलिये किसी न भुजों के क्रमिक वहुभुज ध्रेश्म में हर एक
कोत ^{२(न-२)} समकोन या ^{१८० (न-२)} चंद्रों को रखता है।

परिभाषा—वहुभुजक्षेत्र क्रमिक कहा जाता है जब कि उसके
सब भुज पैर कोन बराबर होते हैं।

तेरहवाँ अभ्यास

१—(१) एक समत्रिखादु श्रिभुज, (२) एक वर्ग, (३) एक
क्रमिक पंचभुज, (४) एक क्रमिक पष्टभुज, (५) एक क्रमिक सप्त-
भुज, (६) एक क्रमिक चष्टभुज, (७) एक क्रमिक नौभुज, (८) एक,
क्रमिक दशभुज, (९) एक क्रमिक एकादशभुज, (१०) एक क्रमिक,
द्वादशभुज, (११) एक क्रमिक पंचदश भुज, (१२) एक क्रमिक
धोस भुज के कोनों को चंद्र में निकालो।

२—नोचे दिए हुए समकोण के दशमलवों को चंद्र, पल पैर
दिक्खलाओ—

(१).००५, (२).००१२५, (३).०२, (४). ३३१, (५).०००१।

३—नोचे लिये चंद्र, पल, पादि को समकोण के दशमलव में
दिक्खलाओ—

(१) ४२° २८' ८८", (२) ४° ०' १८", (३) ४४° १६' ४८"

४—सिद्ध करो कि भारत न भुजों के वहुभुज ध्रेश्म के भुज
दोनों तरफ बढ़ाय जाय कि एक सितारे को शक्त यन आय तो
हर एक पञ्चान्यानुगामी ज्ञाड़ों के मध्य के कोनों का योग
२ (न-४) समकोण है।

५—दिक्खलाओ कि नोचे दिए हुए वहुभुज क्रमिक ध्रेश्मों के
प्रत्येक समूद्र में ४ समकोनों का योग है—

(१) ३ समत्रिखादु श्रिभुज, (२) दो पष्टभुज पैर १ वर्ग (३)
दो पटभुज पैर दो समत्रिखादु श्रिभुज, (४) तीन पटभुज, (५)
दो पंचभुज पैर एक दशभुज।

६—एक क्रमिक वद्धभुजक्षेत्र का यादरी कोण एक समकोण का चौथाई है तो वद्धभुज क्षेत्र में भुजों की संख्या क्या है ।

७—एक समद्वियाहु त्रिभुज का एक कोण 120° द्विया हुआ है तो दूसरे कोणों का निकालो ।

८—एक त्रिभुज के दो कोणक्रम से 17° 18° 59° और 12° 19° 18° हैं तो तीसरा कोण निकालो ।

९—१०० भुजों के क्रमिक वद्धभुज क्षेत्र के प्रत्येक कोणों में कितने अंश हैं ।

१०—एक समकोण त्रिभुज का एक न्यूनकोण 43° 37° 57.5° है, दूसरे न्यून कोण का मान निकालो ।

११—एक समद्वियाहु त्रिभुज का शोषण कोण 35° 11° 48° है तो कितने अंश पल विपल प्रत्येक दूसरे कोणों में हैं ।

१२—एक पटभुजाकार कमरे की प्रत्येक भुज 15 फीट है तो सिद्ध करो कि गच्छ के पचीकारी के काम के लिये 7 पटिया काली संगमरमर को हर एक क्रमिक पटभुजाकार घैर 12 पटिया सफ़ेद संगमरमर को हर एक समत्रियाहुत्रिभुजाकार काफ़ी होगी, पटभुज घैर समत्रियाहुत्रिभुज को हर एक भुज 5 फीट के बराबर है; साढ़हय रूप से प्रतिमा को खोंचो ।

१३—एक समकोणत्रिभुज के दो न्यून कोणों का अंतर 1° $16'$ है तो कोणों का निकालो ।

१४—एक त्रिभुज एक कोण दूसरे दो कोणों के योग का चार्थ है तो उसे यताघो ।

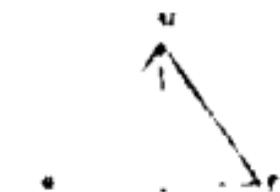
१५—एक मधु मक्की के छत्ते का मुंद्र प्रमिक पटभुजों के है, साधित करो कि यह गणित से मुमकिन है ।

१६—एक मक्की की आल जय गुरुद्योग से जाँची गई तो 17° : घैर समत्रियाहुत्रिभुजों के बराबर संख्याओं की गूढ़ सूत शाल मालूम हुई। इसे गोंदों घैर द्विसलाधी गोंदत में शुद्ध है ।

नवां प्रकरण
मिथिला नाथ ।

४६— अल्पता करो विद्युत ग्रामीणगांव त्रिभुवन ट्रेन
कर्म देश पर चढ़ाये हुमें विद्युत ५०° ताप १०
ट्रेन व वाहन = ५०°

पर्याप्त नहीं है। इसका अभाव



नियम— एगर समानोंगा विभूति में एवं
प्रेरणा = १०° द्वा तो इस वाले वायरों का गुण = जारीकर्ता की
गोलाकार गुण = $\frac{3}{4}$ + वह गोला जो गुणात्मक विवरण दर्शाते
जाएंगे उसकी अवधारणा देखा = १५ गुणाकार इसी प्रकार इस
में विवरण दिया जाए।

અમાર સામાજિક વિનુક કા દરો એવ કૃત્તિ કર
શુદ્ધ હોય એવ પ્રતિબંધ સામાજિક કા કાંઈ

Leichtlich ist die Röntgenaufnahme des Schädels mit dem Bild einer Kugel vergleichbar.

କାନ୍ତି—ରାଜପାତ୍ର ହେଉଥିଲା ଏହାର ଦେଶରେ କାନ୍ତି
ମହାରାଜାଙ୍କ ପାଦରେ ପାଦରେ ପାଦରେ ପାଦରେ ପାଦରେ

1. $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $\tan \theta = \frac{1}{2}$, $\sec \theta = \sqrt{5}$, $\csc \theta = \sqrt{5}$, $\cot \theta = 2$

Digitized by srujanika@gmail.com

$$\begin{aligned} \text{Total cost} &= 3 \times 10 \times 10 \\ &= 300 \text{ million} \end{aligned}$$

(७०)

नियम—अगर एक त्रिभुज के चार अंतर्गत कोन 30° है तो क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$

86 —उदाहरण 2 —पहिले उदाहरण में कोन 60° है तो क्षेत्रफल निकालो।

यहाँ युक्ति 86 से अ δ = अव \times $\frac{1}{2}$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3}$$

नियम—अगर एक त्रिभुज के चार अंतर्गत कोन 60° है तो क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ अव

कोन 85° है तो क्षेत्रफल बतायो,

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 16 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{नियम—यदि एक त्रिभुज के अवभुजों का अन्तर्गत कोन } 22^\circ \text{ है तो क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ अव}$$

—शकल 22 में यदि न द, द स में घरावर चीर पक ही सोधो हों तो त्रिभुज अव अ द चीर म अ द

में घरावर होंगे। अव अ द अ द चीर द त्रिभुजों में भुज अ द चीर द अ फल

स द चीर द अ भुजों के घरावर ही चीर अ गंत कोण अ द अ, स द अ ज्ञात

शकल 22

नियम—अगर एक त्रिभुज के चौरां व भुजों
अंतर्गत कोन 30° है तो क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ अव।

पद—उदाहरण २—पहिले उदाहरण में यदि
कोन 60° है तो क्षेत्रफल निकालो।

यहां युक्ति ४६ से अ. द = अ. व \times

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$$

नियम—अगर एक त्रिभुज के चौरां
अंतर्गत कोन 60° है तो क्षेत्रफल =

पद—उदाहरण ३—पहिले उदाहरण
कोन 45° है तो क्षेत्रफल घटाओ।

यहां युक्ति १९ से अ. द = अ. व \times $\sqrt{\frac{1}{2}}$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 16 \times \sqrt{\frac{1}{2}} =$$

नियम—यदि एक त्रिभुज

45° है तो क्षे

५०—

चापुस ने

रेस्टा में

दोनों

सभी

हैं

परिभाषा—शक्ति २४ में अ द, अ स का ध्रुव पर वहिले बनकहा
ता है और व द, व स का अ व पर वहिले वनकहा जाता है।

नियम—अगर किसी समकोन त्रिभुज में समकोण से
र्णा पर लंब खींची जाय तो लंब पर का वर्ग वरावर है
र्णा के खण्डों के अन्तर्गत आयतके, और समकोण बनाने
ले भुजोंमें से किसी एक पर का वर्ग वगवर है कर्णा के
पैर उसके खण्ड के अन्तर्गत आयत के जो उस भुज के
वासन है (याने जो उस भुज का कर्णा पर वहिले बन है)।

उदाहरण—शक्ति २४ में अगर अ द = २७ फीट, व द
= ३ फीट, तो अ द, व स और अ स निकालें।

$$\text{अ } \text{ द} = \sqrt{27} \cdot 3 = \underline{\underline{3}} \text{ फीट}, \text{ व स} = \sqrt{27} \cdot 3 = \underline{\underline{3}} \cdot \underline{\underline{3}} \text{ फीट}, \text{ अ स} = \sqrt{3^2 \times 27} = \underline{\underline{9}} \cdot \underline{\underline{3}} \text{ फीट}।$$

५५—फिर २४ शक्ति के सम्बन्ध में इस प्रति :

$$\frac{1}{\text{अ स}^2} + \frac{1}{\text{व स}^2} = \frac{1}{\text{अ स}^2} + \frac{1}{\text{व स}^2}$$

$$= \frac{1}{\text{अ स}^2 \cdot \text{व स}^2} = \left(\frac{1}{\text{अ स}} \cdot \frac{1}{\text{व स}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\text{रहेष्टर अ स}} \cdot \frac{1}{\text{रहेष्टर व स}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\frac{\text{रहेष्टर अ स}}{\text{भ } 3}} \cdot \frac{1}{\frac{\text{रहेष्टर व स}}{\text{भ } 3}} \right)^2 = \frac{1}{\text{भ } 1}$$

= $22\frac{1}{2}^{\circ}$; मान लो कि य स=क तो अस=क, अ व=अ द = क $\sqrt{2}$, स द = क + क $\sqrt{2}$ = ($\sqrt{2}+1$) क

$$\therefore \text{वद} = \sqrt{\text{क}^2 + (\sqrt{2}+1)^2 \text{क}^2} = \text{क}(\sqrt{8+2\sqrt{2}})$$

५२ युक्ति के ग्वारिकृ चैर नियम भी निकाले जा सकते हैं।

५३—अन्तर मापने के यन्त्र (थिओडोलाइट) से हमें उचाई का माप सकते हैं जो कि देखने वाले की आंख पैर देखाई देती हुई चौज़ के जोड़नेवाली रेखा और कक्षा की समता के अनुरूप मैदान से यन्त्र है। उपर्युक्त आकाश के कक्षा रूपी मैदान के ऊपर है तो उचाई का कोन कहा जाता है और जब कि नीचे है तो पदार्थ का दबाव कोन कहा जाता है।

उदाहरण—एक पेड़ के जड़ से १०० फ़ीट पर इसके उचाई का कोन 60° पाया गया तो पेड़ की उचाई यता

$$\text{शक्ति } ४ \text{ युक्ति } १६ \text{ में व स} = १००, \angle \text{ व} = 60^{\circ},$$

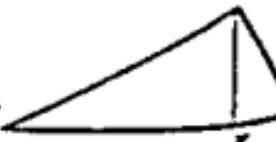
$$\text{अब युक्ति } ४६ \text{ से अस} = \sqrt{3} \times \text{व स}$$

$$\therefore \text{उचाई} = 100 \sqrt{3}.$$

५४—मान लो कि अब स एक समकोन त्रिभुज है जिस कोन समकोन है, स से अ व पर लंब स द खोंचो।

रेखागणित २.१४ साध्य के प्रमाण से यह जाहिर है कि स द पर का वर्ग घरावर है भायत अ द \times द व के, द व पर घर्ग देनों में जोड़ देने से भायत अ द, द व और द व पर का घर्ग, मिलकर घरावर है स द और द व पर के घर्गों के योग के।

इसलिये भायत अ व \times व द = व स अ पर के घर्ग। उसी तीर पर भायत व अ \times अ द = अ स पर घर्ग के।



परिभाषा—शक्ति २४ में अ द, अ स का अव पर वहिलै बन कहा जाता है और व द, व स का अ व पर वहिलै बन कहा जाता है।

नियम—अगर किसी समकोने त्रिभुज में समकोण से शर्ण पर लंब स्थिरी जाय तो लंब पर का वर्ग वरावर है शर्ण के खण्डों के अन्तर्गत आयतके, और समकोण बनाने लाले भुजों में से किसी एक पर का वर्ग वरावर है कर्ण के और उसके खण्ड के अन्तर्गत आयत के जो उस भुज के प्राप्त है (याने जो उस भुज का कर्ण पर वहिलै बन है)।

उदाहरण—शक्ति २४ में अगर अ द = २७ फौट, व द = ३ फौट, तो स द, स व पैर अ स निकालो।

स द = $\sqrt{27 \times 3} = 9$ फौट, अ स = $\sqrt{3 \times 3} = 3\sqrt{10}$ फौट, अ व = $\sqrt{3 \times 27} = 9\sqrt{10}$ फौट।

५५—फिर २४ शक्ति के सम्बन्ध से इम पाते हैं।

$$\frac{1}{अ स^2} + \frac{1}{व स^2} = \frac{अ स^2 + व स^2}{अ स^2 \times व स^2}$$

$$= \frac{अ व^2}{अ स^2 \times व स^2} = \left(\frac{अ व}{अ स \times व स} \right)^2$$

$$= \left(\frac{अ व}{2 \text{ द्वेषफल } अ व स} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\frac{1}{2 \text{ द्वेषफल } अ व स}}{अ व} \right)^2 = \frac{1}{स द}$$

नियम—समकोण त्रिभुज में समकोण से कर्ण पर्यावरण खींचा गया है उसके रेसीप्रोकल का वर्ग=सम बनाने वाले भुजों के वर्गों के योग के ।

उदाहरण—शकल २४ में अ स = $\frac{3}{2}$ फुट, व स फुट, तो स द बताओ

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{\text{अ स}^2} + \frac{1}{\text{व स}^2} = \left(\frac{1}{\frac{3}{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\frac{4}{3}}\right)^2 = \frac{4}{9} + \frac{9}{16} = \frac{16+81}{144} = \frac{97}{144}$$

$$\therefore \text{स द} = \sqrt{\frac{97}{144}} = \frac{\sqrt{97}}{12} \text{ फुट}$$

५६—यदि किसी त्रिभुज के तीनों मिडियन मालूम क्षेत्रफल दर्यापत् करो ।

अ व स त्रिभुज में अ द, व इ, स फ मिडियन एक ही विन मिलते हैं स विन्टु से स इ, व ज के समानान्तर खींचों के घड़े हुए भाग से ह विन्टु पर मिलता है ।

इस शकल के रेखागणित से यह प्रगट है कि स ज = व ज = स इ = $\frac{1}{2}$ व इ, ज इ = $\frac{1}{2}$ अ द

इसलिये जब मिडियन मालूम हैं तो ज स इ का क्षेत्रफल मालूम है । परन्तु त्रिभुज स ज इ = त्रिभुज व स ज = $\frac{1}{2}$ त्रिभुज अ व स । इसलिये मिडियनों से त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालने में हम हर एक मिडियन का इ लेते हैं, और युक्ति ३१ से इन लम्बाइयों को उस त्रिभुज के भुजाएँ कल्पना कर के त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालते हैं, तब इस फल का चाहा हुआ क्षेत्रफल होता है ।

* हेरा केरी से होन वाला या अद्व वद्व से होने वाला ऐसा कि । मे उद्दित होता है ।

५३—यदि एक घर्ग एक त्रिभुज के भोतर पहना हो और त्रिभुज के चापार और सब मालूम हो, तो घर्ग का भुज दर्याकृ

पार्ज बतो कि श डै इ त्रिभुज के तस के भीतर पहना हुआ घर्ग
पार अ इ विस्तु अ तं व ग पर लग्दीचा गया है, मानलो कि
= अ, अ इ = ह, ग डै श, इ = ह, इ - डै = स

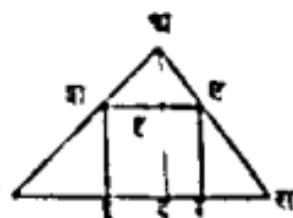
पव होवपाल अ व ग = होवपाल अ श डै + होवपाल श इ अ +
एल डै ह ग + होवपाल श डै ह ग कल २५

रेव ग > अ इ

हे श डै अ ह + हे श इ अ इ + हे डै

र ग + श डै

हे श डै अ ह + हे श डै (अ इ + इ ग) अ
श डै



याने हे अ ह - हे ल (इ - ल) + हे ल (अ - ल) + ल

या हे अ ह = हे इ ल + हे अ ल

या ल (अ + इ) = अ ह

$\therefore \frac{\text{ल}}{\text{इ}} = \frac{\text{अ} \times \text{ह}}{\text{अ} + \text{ह}}$

नियम—उस घर्ग का भुज जो किसी त्रिभुज के
भत्तर पहना हो—

= ल ल + ल अ

= ल ल + अ अ

५४—हर एक समतोह त्रिभुज उस रेता में हो समतोह से
हटने के दौरे विस्तु उस खोली जाती है तो समतोह त्रिभुज
में दिलाये हो सकता है।

कल्पना करो कि अब यह समकोण विभूत है तिथि
ये समकोण हैं; म पर कोण अब $= 90^\circ$ के १०५३
यनाप्रो, तो अब $= 90^\circ$, पौर कोण १०५३
= अवसर

८. २ विकल्प

इसीलिये अब $= 90^\circ = 90^\circ$ पौर विभूत
अब 90° पौर $+ 90^\circ$ दोनों समद्विषादु विभूत हैं।
अनुमान घगर $< 90^\circ - 10^\circ$ तो विभूत है १०५३
विभूत है पौर अब $- 20^\circ$

प्र६—विषमदोष का शोषण

शीत यह है एक वक्त देखे विभूत
है। अगला इस वक्त देखे के शोषण
गाल देखे तो यह इस वक्त के शोषण
अब को दिखता है।

विद्युत देखे यह के
अब यह समानांतर जैसा
है यह एक एक वक्त
जैसा है विभूतियों वर
विभूत है विषमदोष का
—विभूत यह के
जैसा है विभूत

विद्युत देखे यह
है एक एक वक्त
जैसा है विभूत
जैसा है विभूत
जैसा है विभूत

१०५३

१



स्त्रीदृष्टियां अध्यान

१-२८ विष्णुवंशे द्वारा व्यक्त की गई विजय के बाहर
विजय की विवरणों की विवरणों की विवरणों

3. *Leptospiral infection* - *can be detected by the indirect haemagglutination test*

The following figures represent the results of the
various observations.

1. The 1892-93 session of the Legislature of
2. California appropriated \$100,000 for the
3. construction of a new State Capitol.

• 10 figures of the same size, each
representing one of the four species.

• 100% Biodegradable • Compostable •

in New England & the West Coast, and in the
South, and in the South West - all of which

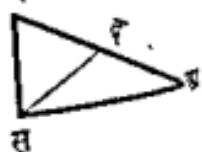
31. *On the History of the Russian Revolution*, by V. I. Lenin.

12. 19. 1992. 100% of the plants were infected with *C. cinnamomeum* and 100% of the plants had 2-3 cm long roots.

19. The following table gives the number of cases of smallpox in each of the 100 districts of the United States.

कल्पना करो कि अब स समकोण त्रिभुज है जिसका के
स समकोण है; स पर कोण अ द = व अ स के
घनाओ, तो अ द = स द, और कोण व स द
= अ व स
 $\therefore \text{व द} = \text{स द}$

शकल २७

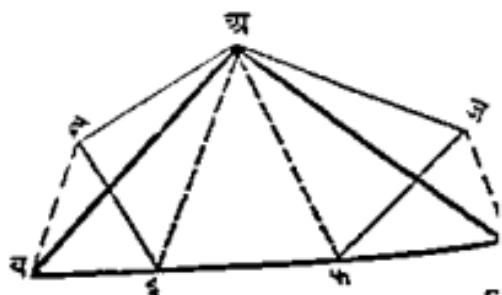


इसलिये अ द = स द = व द और त्रिभुज अ स द और व स द दोनों समद्वियांत्रु त्रिभुज हैं।
अनुमान—अगर $\angle \text{व} = 60^\circ$ तो त्रिभुज व स द समत्रिभुज है और अ व = २ व स

प५६—विषमक्षेत्र का क्षेत्रफल निकालने का व्यवहारि
रीति यह है कि एक ऐसे त्रिभुज के भुजों को दर्याफ़ कर दें
हैं जिसका क्षेत्रफल खेत के क्षेत्रफल के बराबर है।
मान लो कि अ द इ फ ज एक विषमत्रिभुज क्षेत्र है, अ इ मैं
अ फ को मिला दो,

चिन्दु द से अ इ के समानान्तर द व, वो चिन्दु ज
अ फ के समानान्तर ज स खोंचो, जिसमें द व और ज
इ फ बढ़े हुए से कम
से व और स चिन्दुओं पर
मिलते हैं; तो त्रिभुज अ व इ
= त्रिभुज अ द इ, और
त्रिभुज अ फ स = त्रिभुज
अ ज फ

शकल



इसलिये त्रिभुज अ व स = शकल अ द इ फ ज। व्यवहारि
यह है कि शकल अ द इ फ ज को जिस पैमाने से चा
रों, और शकल को ऊपर के रौप्ति से पैमाने के उपरान्त अ
स धो स अ की लंबाई दर्याफ़ कर लो, जिस से क्षेत्रफल अ
(अ द इ फ ज) युक्ति ३० के अनुसार मात्रम हो जायगा

१४—एक पतझ्य के तने हुए १०० फ़ीट नद्य से चौर घा के साथ यना हुआ कोन 30° है तो गुह्यों की उचाई यताएँ

१५—अब स श्रिभुज में भुज अब चौर अस कम से ६५ ९७ फ़ीट हैं चौर मिडियन स फ = १२० फ़ीट तो अब थोकफल निकालो ।

१६—अब स श्रिभुज में अब चौर अस भुज कम से २५ ४५ फ़ीट हैं चौर मिडियन अद = ३० फ़ीट ; अस भुज निक

१७—मिडियन व इ चौर स फ श्रिभुज अब स में कम से चौर १९५ फ़ीट हैं चौर भुज व स = १७४ फ़ीट तो थोकफल चौर अद मिडियन की लम्बाई क्या होगी ।

१८—अगर किसी श्रिभुज के मिडियन कम से १०५, चौर २१९ फ़ीट हैं तो उसका रक्या क्या है ।

१९—एक श्रिभुज के आधार चौर लंब कम से २४ चौर फ़ीट हैं तो श्रिभुज में वने हुए वर्ग की भुज निकालो जब यि को एक भुज श्रिभुज के आधार पर पड़ता हो ।

२०—ताजमहल के एक धरहरे की परिदृश्यों की लम्बाई १ फ़ीट है, धरहरे की उचाई क्या होगी जब कि सूर्य की उचाई कोन 60° है ।

मिश्रित उदाहरण

१—एक ३५१ गज़ लम्बे चौर २८० गज़ चौड़े आयताकार यहलाने की फुलवाड़ी के हर एक कोनों में एक श्रिभुज़ फूलों की कियारी है जिसको दो बराबर भुजाएँ हर एक गज़ हैं, इन फूलों की कियारियों को निकाल देने से कितनी बाक़ी रह जाती है ।

२—दो भ्रगिनवेट एक ही समय एक ही बन्दर से चले, उत्तर, उत्तर-पश्चिम की तरफ़ फ़ू घंटा छः मील के हिसाँ दूसरा पूरव, उत्तर-पूरव को तरफ़ फ़ू घंटा ८ मील के हिसाँ

ताता है तो ८ घण्टे के अन्त में ये कितनी दूर अलग होंगे ।

३—एक दालान ५० फ़ीट लम्बा पैर ४ गज़ चौड़ा है पैर की पिछली दीवार घगली से ५ फ़ीट ज्यादा ऊँची है तो दालान के ऊपर के ढालुए छत का क्षेत्रफल निकालो ।

४—५ फ़ीट ४ इक्के लम्बे चादरी की छाया दो फ़ोट है तो जयानगरम धरहरे को ऊँचाई परा होगा जिसको छाया उसी पर्याय ७५ फ़ीट की पड़ती है । [युक्ति २]

५—एक मकान की चौड़ाई २७ फ़ीट है थो ओलतो (ओरां) ऊँचाई ३५ फ़ीट पैर शिखा की ऊँचाई ४५ फ़ीट है तो मकान एक पाखा का रक्षा दर्याफ़ूत करो ।

६—यदि १८ इक्के चौड़ाई ला १५६ गज़ का गज़ कमरे वाली दीवारों के मढ़ने में लगाया जाय तो कितने गज़ का गज़ २० वर्ष चौड़ा उन्हीं दीवारों के मढ़ने में लगेगा ।

७—४४ विड़िकियों के लिये जो दर एक ५ फ़ीट लम्बी पैर फ़ोट ६ इक्के चौड़ी है दर एक ०. १५ लम्बे ७ इक्के चौड़े शीदों परकाले कितने लगेंगे ।

८—एक बमरे के पार्श्व का क्षेत्रफल जो १०० फ़ोट लंबा पैर ० फ़ीट चौड़ा है दो पैर बमरे के क्षेत्रफल में कितना अधिक लगा जब कि इनमें से दर एक बाल पिलार ऊरर के बिलार आ पाया है ।

९—२३ फ़ोट ०. १५ घर्ग चौड़ा के एक भुजे के पास पास एक गांड़डी ५ फ़ीट चौड़ी घनो है तो यतापि कि पूरी घर्ग गज़ ४ घाने दिसाय से दोप चौड़ा में पत्थर यद्दाने में क्या रख्य पड़ेगा ।

१०—एक बमरे का मंडल ६४ फ़ोट पैर ऊँचाई १६ फ़ोट है और उसमें ८ फ़ोट ऊँचा ४ फ़ोट चौड़ा पैर दालाज़ा यो दर एक ५ फ़ीट लंबी थो ३ फ़ोट ६ इक्के चौड़ों ४ विड़िकियों को तो तो दो फ़ोट चौड़ा का गज़ किस कुदर उसके दीवारों के मढ़ने में लगेगा ।

११—एक समकोन त्रिभुज का आधार ३०० फीट चौर बाकी दो भुजों का योग १००० फीट है तो इनको लंबाई क्या होगी ।
१२—अब सद एक चतुर्भुजाकार खेत में किसी रकायट के कारण सिर्फ नीचे ही को माप ले सकते हैं ।

वस = २६५ गज़, अद = २२१ गज़, कर्ण अस = ३७६ गज़। चौर उस कर्ण के अंतों से वह चौर दफल लंबाई के आधारों के दूरी याने अद = ११२ गज़ चौर सफ = २३६ गज़; तो शेष फल बतायो ।

१३—एक आयताकार कमरे की ऊँचाई चाढ़ाई से दूनी है औ उसके लंबाई ऊँचाई से दूनी है, अगर ६ माना फी घर्गगज़ के हिस से उसके फूर्श के गच कराने का खर्च ३७५ रु० दिया हो तो कमरे का विस्तार निकालो । यह भी बतायो कि फी १०० फीट १ रु० ४ माने के हिसाब से दीवारों चौर भीतरी छत पोताने में कितना खर्च होगा जब कि दीवारों के शेषफल पांचवां हिस्सा दरवाज़ों इत्यादि के बजह से निकाल दिया जा

१४—किसी समकोन त्रिभुज का कर्ण २२५ फीट आधार ऊँचाई का $\frac{1}{3}$ है तो त्रिभुज का शेषफल क्या होगा ।

१५—एक घर्गाकार आगन का कर्ण ६६ फीट है तो अपर्याप्त घर्ग गज़ ३ रु० १२ माने के हिसाब से उस आगन में कंकड़ का खर्च क्या होगा ।

१६—एक त्रिभुज की भुजाएँ ३४५, ३३४३ और फीट हैं तो त्रिभुज का शेषफल वर्ग गज़ में बतायो ।

१७—एक चतुर्भुज अब सद में अव = १७५, वस = १००, अद = २६१, अथ = ३५७, चौर कर्ण अस = १००, अद निकालो ।

१८—१ ने फीट चाड़े संख्या तो मैं से किस कुदर बाट ली जाये कि उसकी गंगज़ हो ।

२८—एक २२ फ़ीट लंबे २० फ़ीट चौड़े वो १३ फ़ीट ऊंचे कमरे का १२ गज़ चौड़े काग़ज़ से मढ़ने में कितने काग़ज़ के ज़रूरत होगी ।

२९—एक वर्ग का भुज १०० फ़ीट है, इस वर्ग के भीतर एवं भुज के दोनों सिरों से एक विन्दु क्रम से ६० फ़ीट और ८० फ़ीट दूर लिया गया है तो इस वर्ग के चारों कोनों तक इस विन्दु के जोड़ने से बने हुए चार त्रिभुजों का क्षेत्रफल निकालो ।

३०—समलंब की समानान्तर भुजाएं १५७.६ मिटर और ४५ मिटर हैं और उनकी मध्य लंबाई दूरी ७२ मिटर है तो इसमें कितने वर्ग मिटर हैं ।

३१—एक चौक का क्षेत्रफल १३ पैकड़ १०८९ घर्ग गज़ है यदि यह चौक वर्गाकार हो तो फ़ी घंटा २५ मील के हिसाब से इसके चारों तरफ़ चलने में कितने समय को ज़रूरत होगी ।

३२—एक विषम कोण समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ३५४.७ वर्ग फ़ीट है और एक कर्ण ६७२ फ़ीट है, तो दूसरा कर्ण, इसके एक भुज को लंबाई, और उँचाई निकालो ।

३३—द्वादशामलव की रीति से उस आयत का क्षेत्रफल निकालो जिसकी लंबाई ९ फ़ीट ९ इक्के १० बारहवां वो चौड़ाई ४ फ़ीट ६ इक्के ७ बारहवां है ।

३४—एक त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा जब कि उसकी भुजाएं १४.८ गज़, १५.३ गज़, वो १७.५ गज़ हैं ।

३५—२६ फ़ीट लंबो और १८ फ़ीट चौड़ो कोठरी में ८ खालियाँ ८ पेन्स फ़ी गज़ के हिसाब से २७ इक्के चौड़ो दोनों छाने का क्या चर्चा निकालो ।

३६—एक आयताकार खेत की भुजाएँ १३२४८ के स्केल (गा.) से एक नक़्शे में १२ वो ७२ इक्के खोंचो हुई होती हैं।

मी दर्शाता है।

२८—एक २२ फ़ीट लंबे २० फ़ीट ऊँचे पेंगा । ३ फ़ीट के बढ़ते को १२ गज़ विहु बाग़ने में बिलने चाहिए। ज़मीन दर्शायी।

२९—एक घर का मुख १०० फ़ीट है, इस घर के भोवर ए भुज़ के दोनों ओर एक दिवार प्रभाग १० फ़ीट लंबा है और ८० फ़ीट लंबा निया गया है तो इस घर के बारे बोलो तब इस विनु लोडने से बने दूष वार अभियुक्तों का देखफल विचारों।

३०—रासायनिकी की रासायनिक भुजाएं १५३.६ मिटर पेंगा। मिटर ही पेंगा उनकी मध्य लंबाई दूरी ७२ मिटर ही तो इस बिलने पर्याप्त मिटर ही।

३१—एक घोर का देखफल १३ एकड़ १०८०, घर गज़ ही एक यह दीवार यांकिता दी तो को पंटा २५ मीटर के दिसावै इसके बारे तरफ़ बलने में बिलने रासायनिकी ज़करत देती।

३२—एक दिवाम बोग समचतुभुज का देखफल ३५४.८८ घर ५०० फ़ीट ही पेंगा एक काले ६३२ फ़ीट ही, तो दूसरा काले, इसी एक भुज़ को लंबाई, पेंगा उंचाई निकालो।

३३—ठारदामलघ की रीति से उस घायत का देखफल निकालो जिसकी लंबाई ९ फ़ीट ९ इक्के १० घारदयों पेंगा दीड़ा ४ फ़ीट ६ इक्के ७ घारदयों ही।

३४—एक त्रिभुज का देखफल क्या होगा जब कि उसकी भुजाएं १४.८ गज़, १५.३ गज़, पेंगा १७.५ गज़ ही।

३५—२६ फ़ीट लंबो चौरां १८ फ़ीट चौड़ी कोठरों में। छालिकू ८ पेंस फ़ी गज़ के दिसावै से १७ इक्के चौड़ी दी बिहाने का ग्रन्थ निकालो।

३६—एक घायताकार खेत की भुजाएं ५८२०० के स्केल से एक नक़शे में ६१ पेंगा ७२ इक्के खोंचो ही होती हैं।

४४—एक घर्ग याटिका का भुज ५० गज़ है चैर ५ यरायर चौड़ाइं का एक रास्ता इसके बाहर बना हुआ है। रास्ते के हदों पर पेड़ लगाए जाय तो फ़ीलगातार फ़ुट दो के हिसाब से क्या लागत होगी ।

४५—अब सद खेत का क्षेत्रफल एकड़ में लागो । = ३१० गज़, व स = ३७० गज़, अ स = ४०० गज़, अ व = १३० चैर सद = २५० गज़ ।

४६—एक आयताकार बाग माप में ३६ गज़ २ फ़ीट ९ लम्बा चैर २४ गज़ १ फ़ुट १० इक्के चौड़ा होता है । उ बाहर की ओर चारों तरफ ४२ फ़ीट चौड़ों चैर भीतर ओर ६ फ़ीट चौड़ों राहों के क्षेत्रफल में क्या फ़ूर्क होगा ।

४७—एक समानान्तर चतुर्भुज की दो भुजाएं १०, १२, १५, ३५ फ़ीट हैं चैर उनके बीच का कोण ३०° है । क्षेत्र बताओ ।

४८—प्रनाज का एक बर्ग खेत १० एकड़ है, यदि किसान ५ फ़ीट फ़ीलगान के हिसाब से उसके चारों तरफूम धूम कर लघू तो यताघो कि यह तोन चौथाई क्षेत्रफल लामें के फेरा लगावैगा ।

४९—एक श्रिभुजाकार खेत का आधार १२१० गज़ है औ उंचाई ४९६ गज़ है । यह सालाने २४८ पौंड के लगान पर प्रसा को दिया गया है तो फ़ी एकड़ लगान दर्याक़िर करो ।

५०—१५ फ़ीट ८ इक्के लम्बे बो ११ फ़ीट ३ इक्के चौड़े कमरे यिक्काने के बास्ते ५ गज़ चौड़ा किस कुदर चटाई लगेगो चैर ५ गज़ ६ आना के हिसाब से क्या ख़र्च होगा ।

५१—एक आयताकार मैदान एक भील लम्बा १५७१ गज़ चौड़ा है, यगार इसके एक कोने से छोड़े भुज तक एक धूमनाया जाय कि ४६२ एकड़ ज़मीन घलग हो जाय तो घेरे लम्बाई यताघो ।

४४—एक वर्ग घाटिका का भुज ५० गज़ है पैर ५ लम्बा वर चौड़ाइं का एक रास्ता इसके बाहर थना हुआ है। रास्ते के हदों पर पेड़ लगाए जाय तो फौ लगातार फुट दो के हिसाब से क्या लागत होगी ।

४५—अब सद खेत का क्षेत्रफल एकड़ में लाओ। = ३९० गज़, व स = ३७० गज़, अ स = ४०० गज़, अ व = १३० पैर सद = २५० गज़ ।

४६—एक आयताकार बाग माप में ३६ गज़ २ फ़ीट ९ लम्बा पैर २४ गज़ १ फुट १० इक्के चौड़ा होता है। उस बाहर की ओर चारों तरफ ४२ फ़ीट चौड़ी पैर भीतर ओर ६ फ़ीट चौड़ी राहों के क्षेत्रफल में क्या क़र्क़ होगा ।

४७—एक समानान्तर चतुर्भुज की दो भुजाएं १०, १२, १५, ३५ फ़ीट हैं पैर उनके बीच का कोण ३०° है। क्षेत्रफल बताओ ।

४८—भनाज का एक वर्ग खेत १० एकड़ है, यदि एकिसान ५ फ़ीट फ़ी लघन के हिसाब से उसके चारों तरफ धूम धूम कर लवै तो यतामो कि वह तीन चौथाई क्षेत्रफल हवा में कै फेरा लगावैगा ।

४९—एक त्रिभुजाकार खेत का आधार १२१० गज़ है पैर उचाई ४९६ गज़ है। यह सालाने २४८ पैरों के लगान पर असानी को दिया गया है तो फ़ी एकड़ लगान दर्याफ़ करो ।

५०—३५ फ़ीट ८ इक्के लम्बे धो १२ फ़ीट ३ इक्के चौड़े कमरे में विश्वाने के वास्ते ५ गज़ चौड़ी किस कुदर चटाई लगेगी पैर ५ गज़ ६ चाना के हिसाब से क्या क्षम्य होगा ।

५१—एक आयताकार मैदान एक मील लम्बा १५७१ गज़ चौड़ा है, यगर इसके एक कोने से दूरे भुज तक एक धेर घनाया जाय कि ४६२ एकड़ ज़मीन घलग दें जाय तो धेर है लम्बाई यतामो ।

को निकालो ।

५३—एक समलंब की समानांतर भुजाएं ५५ वा ८८ फीट हैं पैर याको दो भुजाएं २१ वा ५२ फ़ोट हैं, क्षेत्रफल यताघो ।

५४—किसी स्टेशन के चौतरा के दो भुज समानांतर पैर याको दो भुज बराबर हैं, समानांतर भुजाएं कम से १०० वा १२० फ़ोट पैर प्रत्येक यराबर भुज १५ फ़ोट है, क्षेत्रफल यताघो ।

५५—एक त्रिभुजाकार खेत की भुजाएं ३५०, ४४० वा ७१० गज़ हैं पैर इसका सालाना लगान २६ पैर ५ शिंदे तो फ़ी एकड़ क्या लगान होगा ।

५६—एक त्रिभुज की तीनों भुज ८००, ५००, ११०० कड़ो ये। भूल से तीसरा भुज ११०० के स्थान में ५०० लिखा गया तो इस भूल से क्षेत्रफल में क्या अशुद्धता होगी ।

५७—एक विषम कोण समचतुर्भुज की भुज २० फ़ोट पैर उसका छाटा कर्ण यड़े कर्ण का है, क्षेत्रफल निकालो ।

५८—एक समत्रिवाहु त्रिभुज के एक भोतरी विन्दु से तीनों भुजों पर खोचे हुए लंब कम से ८, १० वा १२ फ़ोट हैं, त्रिभुज का क्षेत्रफल पैर भुज निकालो ।

५९—एक त्रिभुज की भुजाएं कम से १३०००, ३७००० पैर ४०००० फ़ोट हैं तो इसके पैर उसी परिमिति के समत्रिवाहु त्रिभुज के क्षेत्रफलों में क्या संबन्ध होगा ।

६०—एक त्रिभुजाकार खेत जो माप में ३७५, ३०० वा २२५ गज़ है ८५०० पैर येचा गया, फ़ी एकड़ दाम यताघो ।

६१—एक घर्ग का क्षेत्रफल २२.२ है तो इसके प्राधे रक्षा के घर्ग की भुज निकालो ।

६२—एक विषम कोण समचतुर्भुज की भुज ३६ फ़ोट पैर कर्ण १८ फ़ोट है तो क्षेत्रफल पैर दूसरा कर्ण यताघो ।

६३—त्रिभुजाकार पांगन में कंकड़ विद्धाने का सर्व फुट १३ पेन्स के दिसाय से २४५ पौ० होता है, यदि २४ गज़ लंया हो तो दूसरं दानों यरायर भुजों का निकाल

६४—३० गज़ लंये चौर १२ गज़ चौड़े कमरे के चबूतरे १० फ्रीट लंये चौर ८ इथ चौड़े पटरे कितने लगेंगे।

६५—एक समविषयाद्वय भुज का क्षेत्रफल १५४३७ फ्रीट है, इसकी भुज निकालो।

६६—एक वर्ग पांगन का कर्ण ३०३ फ्रीट है तो वर्ग क्षेत्रफल लायो।

६७—एक ज़मीन के टुकड़े की भुजाएं फ्रम से ४९०, ४००, ३०० गज़ हैं। सब न यड़े भुज के आसपास कोणों में ९०° है; एकड़ में क्षेत्रफल यताघो।

६८—एक चतुर्भुज क्षेत्र का एक कर्ण जो क्षेत्र के तरफ पढ़ता है १४० है चौर उस पर के लंयों का अंतर क्षेत्रफल यताघो।

६९—एक त्रिभुज के तमाम भुज १६५, २२०, २७१ फैट चौर पोल में इसका क्षेत्रफल निकालो।

७०—एक आयताकार चौक का क्षेत्रफल ३६० वर्ग फैट उसके भुजों का संबंध १ : ४.४ है। एक यरायर चौक का फर्श उस चौक के दो आसपास भुजों के साथ बना हुआ है चौक के क्षेत्रफल का आधा है, सिद्ध करो कि फर्श की चौड़ाई ४ गज़ है।

७१—एक त्रिभुज की भुजाएं जिसकी परिमिति ४६२, ६, ७ चौर ८ के संबंध से है, क्षेत्रफल यताघो।

७२—एक फर्श २८ फ्रीट लंया वो २० फ्रीट चौड़ा है, दो हैं जिनका विस्तार पहिले का आधा है, पिछले दानों फैट पहिले फर्श के क्षेत्रफल में कितना फर्क है।

७३—उस सम्प्रतियादु त्रिभुज की भुज क्या देगा जिसका क्षेत्रफल उस धर्ग के क्षेत्रफल के परायर होगा जिसका कर्ण १२० फ़ोट है ।

७४—एक त्रिभुज की भुजाएं कम से १५००, १७०० और २३०० कड़ी हैं तो एकड़े रोड चैर पर्च (पोल) में इसका क्षेत्रफल निकालो ।

७५—फ़ोटो एकड़े २ पौंड १४ शिं० ६ पेन्स के हिसाय से एक धर्ग क्षेत्र का किराया २७ पौं० ५ शिं० होता है तो फ़ोटो गज़ ९ पेन्स के हिसाब से उस क्षेत्र के चारों तरफ़ कड़े लगायाने में क्या ख़र्च पड़ेगा ।

७६—एक रेल की सड़क की लम्बाई ४७८ मील है यो प्रैसत चैड़ाई उस ज़मीन की जिसमें वह यनो है ५७ गज़ है तो ज़मीन के मोल लेने में फ़ोटो एकड़े ५० पौं० के हिसाय से क्या देना होगा ।

७७—एक समलम्ब का एक समानान्तर भुज दूसरे समानान्तर भुज से १ फुट ज्यादः लम्बा है यो इसको चैड़ाई १ फुट है और क्षेत्रफल २१६ धर्ग इच्छा है तो समानान्तर भुजों को निकालो ।

७८—एक खेत में जिसकी तीनों भुजाएं धरायर हैं फ़ोटो १०० धर्गफ़ोट ५ घाने के हिसाय से घास लगायाने में ५५ रु० ६ पौं० ९ पाई ख़र्च पड़ता है । इसके एक भुज की लम्बाई यताधो ।

७९—एक महान २७ फ़ोट चैड़ा है और भूमि से ऊपरतों को दूरी ३३ फ़ोट है यो क्षेत्रफल की लम्बाई उच्चाई १२ फ़ोट है तो इसके एक पाथे को रद्दयाई फ़ोटो धर्गगज़ १ शिं० ९ पेन्स के हिसाय से कितनी लगेगी ।

८०—एक त्रिभुज की भुजाएं तरतीब से २५, २९ और ५६ फ़ोट हैं तो उन दोनों त्रिभुजों का क्षेत्रफल यताधो जिसमें यह त्रिभुज सब संघड़े भुज पर सामने के कोण से लटक गिराने से विभाग होता है ।

८१—एक घन फौतमाम सतह ३७५० घर्ग फ़ोट है तो इसके नारे की लम्बाई दर्यापूर करो ।

८२—एक घर्ग चौक में ४४ गज् घर्ग फुलयारी लगाई गई है जिसके चारों ओर घरायर चौड़ाई का रास्ता बना है, फुलयारी और रास्ते के क्षेत्रफल १६ : ९ हैं, रास्ता कितना चौड़ा है ।

८३—एक २० फ़ोट \times १८ फ़ोट कमरे के बीच में १८ फ़ोट : १६ फ़ोट नाप की एक दरो इस तरह से विश्वी है कि चारों ओर घरायर चौड़ाई का किनारा छूट गया है तो बताओ कि इस किनारे में ४ दिन ३ पेन्स १ घर्ग गज् के हिसाय से फ़र्श विश्ववाने पर्याख बन्द लगेगा ।

८४—एक कमरा माप में २८ फ़ोट \times १६ फ़ोट है। इसके अध्य में एक तूरानी दरो २४ \times १२ फ़ोट विश्वी है तो बतायें कि फ़र्श के शोप खण्ड में २० इक्का चौड़ा टाट किस कठा उगेगा ।

८५—१२ फ़ोट ६ इक्का लम्बे ९ हे इक्का चौड़े तख्ते ५० फ़ोटम्बे १९ फ़ोट चौड़े कमरे में कितने लगेंगे ।

८६—एक चतुर्भुज क्षेत्र का क्षेत्रफल जिसकी दो भुजाएँ समानान्तर हैं १५ एकड़ है और समानान्तर भुजों का योग २० गज् है तो समानान्तर भुजों के बीच की लम्बाई दूरी निकालो ।

८७—एक सोडी २५ फ़ोट लम्बी इस तरह दीवार पर लगाकि उसका सिरा ज़मीन से २४ फ़ोट ऊंचा है और उसके ठीक बीच से दीवार के नीचे तक एक रस्सी बन्धो है, तो लम्बाई दर्यापूर करो और यह साधित करो कि उस के सरकने में रोकावट नहीं होती ।

८८—एक आयताकार खेत १३२० गज् लम्बा १५५ गंगे क्षेत्रफल एकड़ में लाघो और उन भागों का भी क्षेत्रफल जिसमें एक भुज के मध्य बिन्दु से सामने के कोने तक वह भरल रेखा से यह खेत भुजाता है ।

८९—एक कमरा घण्टों लम्बाई का दो तिहाई धौर घण्टे चार चार्ट का द्वयोद्वा चौड़ा है धौर चारों दीवारों का क्षेत्रफल १९२० फीट है तो कमरे का विस्तार यताघो !

९०—किसी त्रिभुज के भुज प्राप्ति से २९, ३५ धौर ४८ फीट हैं। उन दो त्रिभुजों का क्षेत्रफल निकालो। जिनमें सब से बड़े त्रिभुज पर सामने के कोने के लम्ब से घह भाग होता है।

९१—एक कमरे की दीवारों में दो फीट चौड़ा १३० गज़ तथा गज़ लगता है। कमरा की ऊँचाई १० फीट धौर लम्बाई, चौड़ाई ती दूनी है तो यताघो कि उसमें ३ गज़ चौड़ी दरी की कितनी राखदृश्यकता होगी ।

९२—धगर किसी वर्ग का प्रत्येक भुज ८ फीट यद्वा दिया तो इस तथा वर्ग का क्षेत्रफल पहिले वर्ग के क्षेत्रफल से १५६ वर्ग फीट अत्यादा होता है, दूसरे वर्ग की भुज निकालो।

९३—एक आयताकार फूलों का बाग २३१ फीट लम्बा धौर १६० फीट चौड़ा है, इसके छोटे भुजों के पास ४ फीट चौड़ा रास्ता या बड़े भुजों के पास ४६ फीट चौड़ा रास्ता धौर इसके पौच में एक दूसरे को काटता हुआ दोनों तरफ से ५ फीट चौड़ा रास्ता बना हुआ है तो यताघो कि किस कदर ज़मीन इसमें खेती के बास्ते याकूबी है ।

९४—एक त्रिभुज के भुज १२६४, १३४६ धौर १४३२ कड़ी हैं तो क्षेत्रफल एकड़े रोड पोल में लाघो ।

९५—एक आयत का कर्ण जिसकी चौड़ाई १०० फीट है १२५२ फीट है तो यरावर क्षेत्रफल के वर्ग की भुज यताघो ।

९६—एक कमरे की लम्बाई चौड़ाई से दूनी है। भोतरी कृत के सफेदी का खर्च फौ वर्ग गज़ ९ घाने के हिसाय से १० रु० २ घाना है धौर दीवारों के रंगने का खर्च, उनके क्षेत्रफल का छठवां भाग द्वार इत्यादि के कारण निकाल ढालने पर, फौ वर्ग फुट ५ घाने के हिसाय से १४० रु० १० घाना है; दीवार की ऊँचाई क्या है ।